

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA
ESCUELA DE POSGRADO
Programa de Doctorado en Matemática



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

**“Análisis del desarrollo de la competencia matemática
en estudiantes de una universidad privada de Lima
mediante el enfoque ontológico semiótico”**

**Tesis para optar el grado académico de
Doctor en Matemática**

Autor:

Msc. Reyna Medina, Jexy Arturo

Asesora:

Dra. González Castro, Jeanette Baldramina
Código ORCID: 0000-0003-4661-7447
DNI. N° 17907323

Línea de Investigación
Matemáticas aplicadas

Nuevo Chimbote - PERÚ
2023



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

CERTIFICACIÓN DE ASESORAMIENTO DE LA TESIS

Yo, **Dra. González Castro, Jeanette Baldramina**, mediante la presente certifico mi asesoramiento de la Tesis Doctoral titulada: “**Análisis del desarrollo de la competencia matemática en estudiantes de una universidad privada de Lima mediante el enfoque ontológico semiótico**”, Que tiene como autor al **Msc. Jexy Arturo, Reyna Medina**, ha sido elaborado de acuerdo al Reglamento de Normas y Procedimientos para obtener el Grado Académico de Doctor de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa.

.....
Dra. González Castro, Jeanette Baldramina

ASESORA

Código. ORCID: 0000-0003-4661-7447

DNI N°: 17907323



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

CONFORMIDAD DEL JURADO EVALUADOR

“Análisis del desarrollo de la competencia matemática en estudiantes de una universidad privada de Lima mediante el enfoque ontológico semiótico”

Tesis para Obtener el grado de Doctor en Matemática

Revisado y Aprobado por el Jurado Evaluador:

.....
Dr. Morales Marchena, Herón Juan

Presidente

Código. ORCID: 0000-0002-5394-0958

DNI N°: 32837715

.....
Dr. Moore Flores, Teodoro

Secretario

CODIGO ORCID: 0000-0002-1755-3459

DNI N° 32763522

.....
Dra. González Castro, Jeanette Baldramina

Vocal

CODIGO ORCID: 0000-0003-4661-7447

DNI N° 17907323



UNS
ESCUELA DE
POSGRADO

ACTA DE EVALUACIÓN DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

A los veintisiete días del mes de diciembre del año 2023, siendo las 11:30 horas, en el aula multimedia N° P-1 de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional del Santa, se reunieron los miembros del Jurado Evaluador conformado por los docentes: Herón Juan Morales Marchena (Presidente), Dr. Teodoro Moore Flores (Secretario), Dra. Jeanette Baldramina González Castro (Vocal); designados mediante Resolución Directoral N° 320-2023-EPG-UNS de fecha 18.11.2023, con la finalidad de evaluar la tesis titulada: **"ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOLÓGICO SEMIÓTICO"**; presentado por el tesista Mg. Jexy Arturo Reyna Medina, egresado del programa de **Doctorado en Matemática**.

Sustentación autorizada mediante Resolución Directoral N° 352-2023-EPG-UNS de fecha 23 de diciembre de 2023.

El presidente del jurado autorizó el inicio del acto académico; producido y concluido el acto de sustentación de tesis, los miembros del jurado procedieron a la evaluación respectiva, haciendo una serie de preguntas y recomendaciones al tesista, quien dio respuestas a las interrogantes y observaciones.

El jurado después de deliberar sobre aspectos relacionados con el trabajo, contenido y sustentación del mismo y con las sugerencias pertinentes, declara la sustentación como: APROBADO asignándole la calificación de: Diecinueve.

Siendo las 12:50 horas del mismo día se da por finalizado el acto académico, firmando la presente acta en señal de conformidad.

Dr. Herón Juan Morales Marchena
Presidente

Dr. Teodoro Moore Flores
Secretario

Dra. Jeanette Baldramina González Castro
Vocal - Asesor

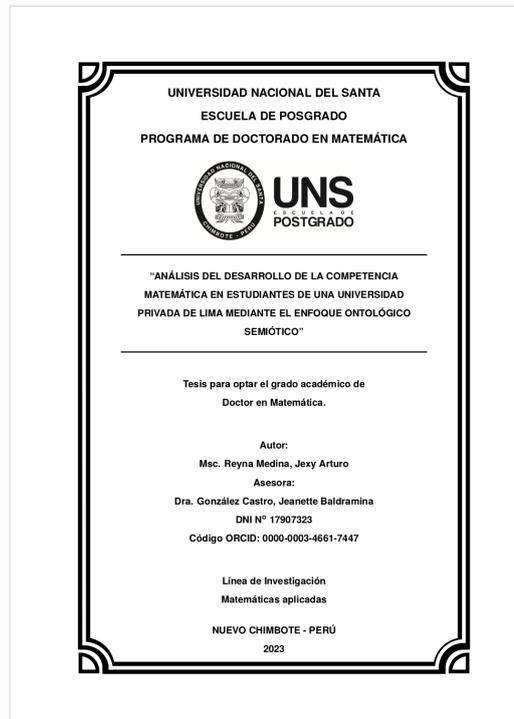


Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Jexy Arturo REYNA MEDINA
Título del ejercicio: DOCTORADO 2023
Título de la entrega: ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA...
Nombre del archivo: Tesis_JexyReynaVF.pdf
Tamaño del archivo: 2.74M
Total páginas: 113
Total de palabras: 30,506
Total de caracteres: 156,508
Fecha de entrega: 31-oct.-2023 06:35p. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega... 2213627020



ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOLÓGICO SEMIÓTICO

INFORME DE ORIGINALIDAD



FUENTES PRIMARIAS

1 funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet 5%

2 enfoqueontosemiotico.ugr.es Fuente de Internet 3%

3 hdl.handle.net Fuente de Internet 1%

4 brainly.lat Fuente de Internet 1%

5 bdigital.uncu.edu.ar Fuente de Internet 1%

6 www.coursehero.com Fuente de Internet <1%

7 www.slideshare.net Fuente de Internet <1%

8 repositorio.uns.edu.pe Fuente de Internet <1%

Dedicatoria

Al Altísimo por su amor, a mi madre por su bendición y a mi compañera idónea por su tiempo, apoyo y dedicación.

Agradecimiento

Expreso mi más sincero agradecimiento a todas las personas que, de una u otra manera, contribuyeron a la culminación de este trabajo. En primer lugar, agradezco al Señor Jesucristo por permitirme tener la vida y la salud necesarias para llevar a cabo este proyecto. También quiero agradecer a mi compañera idónea, Liz Gomero Rodríguez por su aliento en el proceso, y a mi asesora Jeanette González Castro por su apoyo académico incondicional.

Índice

Dedicatoria	vii
Agradecimiento	viii
Índice	xii
Índice de tablas	xiv
Índice de figuras	xvi
Resumen	xvii
Abstract	xviii
I. Introducción	1
1.1. Descripción y formulación del problema	1
1.1.1. Formulación del problema de investigación	3
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivo general	4
1.2.2. Objetivos específicos	4
1.3. Formulación de la hipótesis	5
1.3.1. Hipótesis general	5
1.3.2. Hipótesis específicos	5
1.4. Justificación e importancia	6
1.4.1. Delimitación del estudio	7
II. Marco teórico	8
2.1. Enfoque Ontológico Semiótico	8
2.1.1. Problema epistemológico	8

2.1.2. Problema ontológico	9
2.1.3. Problema semiótico-cognitivo.	10
2.1.4. Problema educativo instruccional	11
2.1.5. Problema ecológico	12
2.1.6. Problema de optimización del proceso de instrucción	13
2.2. Enfoque Ontológico Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática. . .	15
2.2.1. Sistema de prácticas	15
2.2.2. Configuración ontosemiótica.	16
2.2.2.1. Objetos matemáticos primarios	16
2.2.2.2. Facetas de los objetos matemáticos	17
2.2.3. Configuración didáctica.	20
2.2.4. Dimensión normativa	21
2.2.5. Idoneidad didáctica	22
2.3. Categorización del desarrollo de la competencia matemática	23
2.3.1. Agrupamiento según el algoritmo K-Means	24
2.3.1.1. Descripción del algoritmo	24
III. Materiales y métodos	26
3.1. Variable independiente de la investigación: Enfoque Ontológico Semiótico.	26
3.2. Variable dependiente de la investigación: Desarrollo de la competencia matemática.	28
3.3. Métodos de la investigación	31
3.3.1. El método hermenéutico.	31
3.3.2. Diseño y tipo de la investigación.	31
3.4. Población, muestra y unidad de análisis.	32
3.5. Teoría Fundamentada	34
3.6. Encuadre metodológico del Enfoque Ontológico Semiótico.	39
3.6.1. Marco epistémico y didáctico de referencia del curso de Matemática.	39
3.6.1.1. Contenidos curriculares seleccionados en la evaluación escrita.	39
3.6.1.2. Caracterización de las situaciones problema a evaluar.	40
3.6.1.3. Lineamientos de la creación de las situaciones problemas.	40

3.6.1.4. Configuración epistémica de las situaciones problemas desde una perspectiva institucional.	41
3.7. Actividades del proceso investigativo.	41
3.8. Técnicas e instrumentos de la investigación.	43
3.8.1. Técnica.	43
3.8.2. Instrumentos.	43
3.9. Procesamiento de la recolección de datos.	44
3.9.1. Primera etapa: Dimensión normativa.	44
3.9.2. Segunda Etapa: Configuración ontosemiótica.	44
3.9.3. Tercera Etapa: Codificación de datos según la teoría fundamentada	45
IV. Resultados y discusión.	46
4.1. Consideraciones en la evaluación de la Competencia Matemática de la Institución.	46
4.2. Configuración epistémica según el EOS de la situación problema 1	47
4.3. Análisis ontosemiótico y la Teoría fundamentada de la situación problema 1.	49
4.3.1. Análisis de las respuestas de los estudiantes A1, A2 y A5	49
4.3.2. Codificación de las respuestas de A1, A2 y A5 según la teoría fundamentada	50
4.3.3. Análisis de las respuestas de los estudiantes A49 y A51.	52
4.3.4. Codificación de las respuestas de A49 y A51 según la teoría fundamentada .	52
4.3.5. Análisis de las respuestas de los estudiantes A52, A54 y A56.	55
4.3.6. Codificación de las respuestas de A52, A54 y A56 según la teoría fundamentada.	55
4.3.7. Análisis del desarrollo de la competencia matemática según la categorización de datos de la situación problema 1.	58
4.4. Configuración epistémica según el EOS de la Situación problema 2	61
4.5. Análisis ontosemiótico y la Teoría fundamentada de la situación problema 2.	63
4.5.1. Análisis de las respuestas de los estudiantes A1, A2 y A5	63
4.5.2. Análisis de las respuestas de los estudiantes A49 y A51	64
4.5.3. Análisis de las respuestas de los estudiantes A52, A54 y A56	65
4.5.4. Codificación según la teoría fundamentada de los estudiantes A52 de la situación problema 2	66

4.5.5. Codificación según la teoría fundamentada de los estudiantes A54 de la situación problema 2	67
4.5.6. Análisis del desarrollo de la competencia matemática según la categorización de datos de la situación problema 2.	71
4.6. Clusters de los estudiantes analizados en las situaciones problema.	73
4.7. Resultados de la clasificación.	76
V. Conclusiones y recomendaciones	78
5.1. Conclusiones.	78
5.2. Recomendaciones	80
VI. Referencias bibliográficas y virtuales	81
VII. Anexos	85

Índice de tablas

Tabla 1.1: Sistema educativo peruano: Esquema general	1
Tabla 2.1: Principios y Metodología del Problema epistemológico	9
Tabla 2.2: Principios del Problema Ontológico.	10
Tabla 2.3: Principios y Metodología del Problema semiótico cognitivo.	11
Tabla 2.4: Principios y Metodologías del Problema educativo instruccional	12
Tabla 2.5: Principios del Problema Ecológico	13
Tabla 2.6: Principio del Problema de optimización del proceso de instrucción	14
Tabla 2.7: Algoritmo K-Means.	25
Tabla 3.1: Distribución de estudiantes por aula.	33
Tabla 3.2: Unidad de análisis de la investigación	33
Tabla 3.3: Contenidos seleccionados para el análisis de Investigación.	40
Tabla 4.1: Situación - problema 1	47
Tabla 4.2: Tabla de respuestas de los estudiantes A1, A2 y A5	49
Tabla 4.3: Tabla de respuestas de los estudiantes A49 y A51	52
Tabla 4.4: Tabla de respuestas de los estudiantes A52, A54 y A56	55
Tabla 4.5: Situación - problema 2	62
Tabla 4.6: Registro Estudiantil A1, A2 y A5 y Desempeño Académico.	63
Tabla 4.7: Registro Estudiantil A49 y A51 y Desempeño Académico.	64
Tabla 4.8: Registro Estudiantil A52, A54 y A56 y Desempeño Académico.	65
Tabla 4.9: Vector columna de habilidades de la situación problema 1	74
Tabla 4.10: Vector columna de habilidades de la situación problema 2	74
Tabla 4.11: Nivel de competencia matemática personal (CMP) estudiante A52	75
Tabla 4.12: Distribución de estudiantes según algoritmo k-means.	76
Tabla 6.1: Desempeño Académico A1, A2, A3, A4, A5 y A6.	109
Tabla 6.2: Desempeño Académico A7, A8, A9, A10, A11 y A12.	110
Tabla 6.3: Desempeño Académico A13, A14, A15, A16, A17 y A18.	111
Tabla 6.4: Desempeño Académico A19, A20, A21, A22 y A23.	112
Tabla 6.5: Desempeño Académico A24, A25, A26 y A27.	113

Tabla 6.6: Desempeño Académico A29, A30, A31 y A32.....	114
Tabla 6.7: Desempeño Académico A49, A51, A52, A56 y A57.	115

Índice de figuras

Figura 1.1: Universidades públicas: Número de años transcurridos desde el egreso de la secundaria hasta la primera postulación, según edad. Fuente: MINEDU-ENEESU.	2
Figura 2.1: Configuración epistémica, componentes y relaciones (Font, V. y Godino, J. D., 2006).	17
Figura 2.2: Facetas de los objetos matemáticos. Fuente: Font et al. (2013, p. 117)	18
Figura 2.3: Significados pragmáticos y configuración ontosemiótica Fuente: Godino, Beltrán-Pellicer, Burgos y Giacomone (2017, p. 4)	19
Figura 2.4: Fuente: Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007) Artículo: The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.	20
Figura 2.5: Dimensión normativa. Tipos de normas Fuente: Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007)	22
Figura 3.1: Conceptualización de competencias Seckel, M. J. & Font, V. (2015).	29
Figura 3.2: Desarrollo de la competencia matemática en la instrucción y su relación con los significados de objetos matemáticos.	30
Figura 3.3: Codificación propuesta según la teoría fundamentada.	36
Figura 3.4: Codificación según teoría fundamentada y la configuración epistémica del EOS.	38
Figura 4.1: Configuración epistémica de la situación problema 1 (Font, V. y Godino, J. D., 2006).	48
Figura 4.2: Codificación y categorías que emergen de los datos de A1, A2 y A5 según la teoría fundamentada.	51
Figura 4.3: Codificación y categorías que emergen de los datos de A49 y A51 según la teoría fundamentada.	54
Figura 4.4: Codificación y categorías que emergen de los datos de A52, A54 y A56 según la teoría fundamentada.	57

Figura 4.5: Adaptación del esquema de la configuración epistémica, componentes y relaciones (Font, V. y Godino, J. D., 2006).	59
Figura 4.6: Análisis de la Competencia Matemática Desarrollada en la situación problema 1.	60
Figura 4.7: Configuración epistémica de la situación problema 2 (Font, V. y Godino, J. D., 2006).	62
Figura 4.8: Codificación y categorías que emergen de los datos de A52 según la teoría fundamentada.	68
Figura 4.9: Codificación y categorías que emergen de los datos de A57 según la teoría fundamentada.	70
Figura 4.10: Análisis de la Competencia Matemática Desarrollada de la situación problema 2.	72
Figura 4.11: Distribución del nivel de competencia personal	76

Resumen

El objetivo del presente trabajo fue definir una propuesta metodológica de análisis del desarrollo de la competencia matemática utilizando los principios teóricos y las herramientas presentadas por el Enfoque Ontológico Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática.

Los antecedentes revisados en trabajos científicos y tesis doctorales estuvieron centrados en el análisis del desempeño académico individual de estudiantes de educación básica, bachillerato y universitario; nuestra investigación buscó describir patrones, tendencias y variaciones del desarrollo de la competencia matemática a nivel grupal conformada por estudiantes de un curso de matemática de una universidad privada de Lima.

A través de la aplicación de un estudio de caso, se empleó el enfoque ontosemiótico para realizar dos tareas principales. En primer lugar, se emplearon las funciones semióticas para inferir y registrar las habilidades matemáticas que se manifestaron al abordar una situación problemática por parte de los estudiantes de una Universidad Privada de Lima.

En segundo lugar, aplicando la metodología de la teoría fundamentada, se articularon las funciones semióticas con el proceso de descomposición de datos, generando categorías de habilidades según los significados observados en la evaluación escrita. Con las respuestas categorizadas de la evaluación escrita, se planteó la configuración epistémica centrándose en los patrones y estrategias que revelaron los significados implementados.

Durante este proceso, se estableció una secuencia lógica que relaciona la configuración epistémica y las explicaciones sobre el desarrollo de la competencia matemática.

Para clasificar el nivel de competencia personal según los resultados, se aplicó el algoritmo K-means, el cual permitió identificar tres grandes grupos en función de las habilidades evidenciadas que influenciaron en la competencia matemática analizada con las herramientas del Enfoque Ontológico Semiótico.

Palabras clave: Desarrollo de la competencia matemática, Función Semiótica, algoritmo K-means.

Abstract

The objective of this study was to define a methodological proposal for the analysis of the development of mathematical competence using the theoretical principles and tools presented by the Semiotic Ontological Approach to knowledge and mathematical instruction.

The antecedents reviewed in scientific works and doctoral theses were focused on the analysis of individual academic performance of elementary, high school and university students; our research sought to describe patterns, trends and variations in the development of mathematical competence at a group level made up of students in a mathematics course at a private university in Lima.

Through the application of a case study, the ontosemiotic approach was employed to undertake two main tasks. Firstly, semiotic functions were utilized to infer and record the mathematical skills that manifested when addressing a problematic situation by students at a Private University in Lima.

Secondly, applying the grounded theory methodology, the semiotic functions were articulated with the data decomposition process, generating categories of skills according to the meanings observed in the written evaluation.

With the categorized responses of the written assessment, the epistemic configuration was proposed focusing on the patterns and strategies that revealed the meanings implemented.

To classify the level of personal competence according to the results, the K-means algorithm was applied, which made it possible to identify three large groups according to the skills evidenced that influenced the mathematical competence analyzed with the tools of the Semiotic Ontological Approach.

Keywords: Development of mathematical competence, Semiotic Function, K-means algorithm.

I. Introducción

1.1. Descripción y formulación del problema

La Constitución Política de Perú establece que la educación es un derecho fundamental, según lo establecido en su Artículo 16, en concordancia con el Artículo 3 de la Ley 28044. Además, se subraya que la educación es un servicio público que al ser ofrecida por el Estado, se brinda de manera gratuita en todos sus niveles y modalidades (CEPLAN, 2022).

El Estado es responsable de la administración educativa en el Perú, y a través del Ministerio de educación (MINEDU) desempeña un papel importante en la gestión de la política educativa a nivel nacional. Además, el MINEDU centra su atención en la Educación Básica, la cual se aborda desde una perspectiva geográfica mediante la cooperación entre el Estado y la sociedad (Ley General de Educación, artículo 11°).

Tabla 1.1: Sistema educativo peruano: Esquema general

Etapas	Modalidades
Educación básica	Regular. Especial. Alternativa. Educación técnica productiva. Educación física recreacional.
Educación superior	Pedagógica. Tecnológica. Artística. Universitaria.

Fuente: Adaptación del artículo 28 de la ley 28044

En el contexto actual, al finalizar la educación básica regular, los estudiantes tiene la opción de elegir por una formación universitaria en instituciones nacionales o privadas, con el propósito de mejorar sus competencias personales y en concordancia con los valores y principios que ofrecen dichas instituciones.

De acuerdo con un informe de la Dirección General de Educación Superior Universitaria (DIGESU, 2021), la mayoría de los estudiantes universitarios no ingresan a la universidad

de manera inmediata después de completar la educación básica. Se observa que, entre los estudiantes de 17 y 20 años, el 50,5% ingresó a la universidad después de un año de graduarse, y cuatro de cada cinco estudiantes asistieron a centros preuniversitarios antes de ingresar.

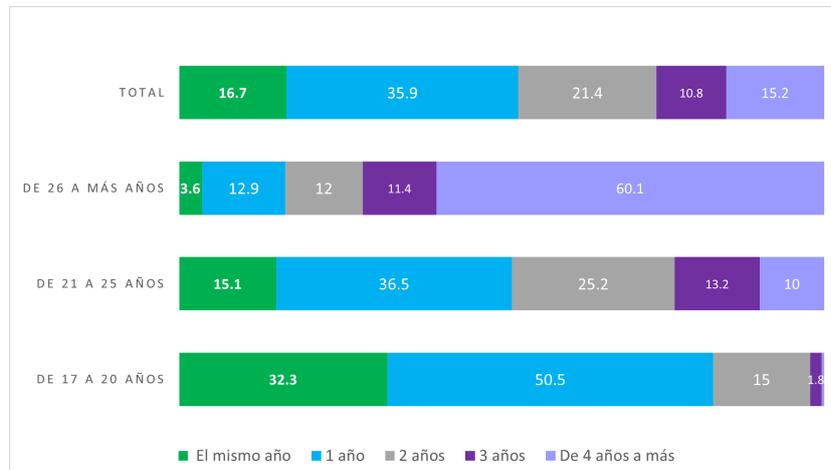


Figura 1.1: Universidades públicas: Número de años transcurridos desde el egreso de la secundaria hasta la primera postulación, según edad.

Fuente: MINEDU-ENEESU

Considerando la capacidad máxima de recepción de estudiantes en cada institución universitaria, el examen de admisión cumple con el propósito de preseleccionar la demanda en diversas disciplinas, como administración, economía, contabilidad, ingeniería, hotelería, gastronomía y otras; sin embargo, debemos tener en cuenta que cada carrera exige habilidades y competencias particulares. Esto nos lleva a la siguiente interrogante: ¿es suficiente el examen de ingreso único para asegurar las habilidades matemáticas necesarias en los estudiantes ingresantes?

En el ámbito educativo universitario nacional, el Estado peruano ha impulsado la implementación de propuestas curriculares coherentes en las universidades de todo el país a través de la Ley Universitaria y el organismo supervisor SUNEDU. Estas propuestas tienen como objetivo articular la logística de las instalaciones al servicio de la comunidad educativa, implementar la adopción del enfoque basado en competencias y definir los requisitos académicos esenciales de los catedráticos, de acuerdo con el perfil de cada curso que se imparte.

Las comunidades universitarias han llevado a cabo una reformulación en la que han puesto énfasis en tres elementos:

- La construcción de mallas curriculares centrada en las competencias de los cursos y

enfocadas el desarrollo de habilidades necesarias según el perfil profesional.

- La acreditación de los docentes mediante el grado de magister o doctor, ya que los docentes son los responsables de las sesiones de clase y como parte de la política institucional buscan que éstos tengan una especialización relacionados con los cursos que imparten.
- El seguimiento de los indicadores de gestión educativa, incluyendo la tasa de deserción, la tasa de aprobación, desaprobación, publicaciones, entre otros.

El enfoque basado en competencias asume el reto transformador de cada carrera universitaria, involucrando la reorientación de cursos, la adaptación a las necesidades del entorno, la planificación de actividades formativas y la concepción de una propuesta educativa centrada en el perfil profesional. Aunque existe una propuesta estructurada y orientada en competencias, hay factores que podrían obstaculizar el desarrollo de las habilidades requeridas en cada especialidad.

1.1.1. Formulación del problema de investigación.

En el marco del currículo nacional de la educación básica, se define a la competencia como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético (CNEB, 2016). En ese mismo marco, para evaluar la competencia, se proponen los Estándares de Aprendizaje, que son hitos que la mayoría de estudiantes deben alcanzar y describen el desarrollo de la competencia por niveles de complejidad.

En ese sentido, los estándares de aprendizaje tienen como propósito ser los referentes para la evaluación de los aprendizajes, tanto a nivel de aula como a nivel de sistema (evaluaciones nacionales, muestrales o censales).

Según (Alvis-Puentes et al., 2019, p. 137) la competencia matemática presenta una naturaleza compleja, polifacética y moviliza una serie de recursos tales como destrezas, habilidades y capacidades que van más allá de una conducta o ejecución y que pueden ser aplicadas en diversos entornos (personal, social, profesional, científico, etc.). Así, se hacen evidentes dos elementos esenciales: el aspecto cognitivo y su aplicación práctica.

En el estudio presentado en la revista de la Universidad de Granada por Rocha, Juárez, Fuchs y Rebolledo (2020), se concluyó que, después de evaluar el rendimiento académico de tres

competencias matemáticas haciendo uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) a través de un Sistema Tutor Adaptativo (STA), se reportó una contribución positiva al rendimiento académico, una mejora en los logros obtenidos y una flexibilidad en la parte actitudinal de los estudiantes.

Wenzelburger (1994), señala que cuando se introduce el cálculo integral como un método "inverso" del cálculo diferencial, para muchos estudiantes, este concepto abstracto permanece sin significado. Este problema didáctico es de gran importancia en los currículos en diferentes países y ha generado numerosos trabajos de investigación. Para abordarlo, se requiere investigar su triple faceta: la epistemológica en relación con los significados institucionales, la cognitiva en relación con los significados personales, y la curricular en relación con las restricciones institucionales.

En lo que se refiere a la evaluación integral de la competencia matemática, se debe considerar "de acuerdo con Niss (2002), la relevancia de una situación problemática que dé pie a generar una serie de razonamientos, habilidades y actuaciones en el aula. Es decir, buscar que 'todos' los alumnos sean capaces de desplegar un conjunto de actitudes, capacidades y conocimientos relativos a las matemáticas." ("RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo", 2023, p. 11)

Por otro lado, evaluar el desarrollo de la competencia matemática puede realizarse a través de diferentes enfoques y herramientas. Sin embargo, nos planteamos el siguiente cuestionamiento ¿Existen herramientas teóricas en el enfoque ontológico semiótico que permitan analizar de manera efectiva el desarrollo de la competencia matemática de una población de estudiantes universitarios?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general.

Diseñar una propuesta metodológica que utilice las herramientas del Enfoque Ontológico Semiótico para analizar el desarrollo de la competencia matemática de una evaluación escrita aplicada a estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima.

1.2.2. Objetivos específicos.

I. Justificar una secuencia lógica que articule los constructos teóricos pertinentes del Enfoque Ontológico Semiótico para describir las habilidades que emergen al resolver una situación

problema de una evaluación escrita aplicada a estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima.

- II: Representar el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática en una universidad privada de Lima, que se incluya el análisis de funciones semióticas y las estrategias planteadas en la resolución de la situación problemática evaluada.
- III. Categorizar a través del algoritmo K-means el nivel de desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima en la situación problema evaluada.

1.3. Formulación de la hipótesis

En nuestra investigación, nos centramos en el problema de crear una propuesta metodológica que logre caracterizar el patrón de habilidades del desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada en Lima. Abordamos este problema desde la perspectiva ontosemiótica considerando los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos, y su relación con la producción del conocimiento. Nuestro objetivo es proporcionar un análisis sólido, completo y un diagnóstico preciso del desarrollo de la competencia matemática de una institución, basándonos en la siguiente hipótesis:

1.3.1. Hipótesis general.

Las herramientas del Enfoque Ontológico Semiótico permiten analizar el desarrollo de la competencia matemática de evaluación escrita aplicada a estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima.

1.3.2. Hipótesis específicos.

- I. La función semiótica proporcionada por el Enfoque Ontológico Semiótico permite describir de manera precisa y detallada, el significado atribuido por los estudiantes a los objetos matemáticos presentes en una evaluación escrita del curso de matemática de una universidad privada en Lima.
- II. La configuración epistémica del Enfoque Ontológico Semiótico nos permitirán identificar las estrategias y los patrones específicos de significados de los objetos matemáticos

utilizadas por los estudiantes en una situación problema del curso de matemática del segundo ciclo de una universidad privada de Lima.

1.4. Justificación e importancia

La presente investigación es importante por los siguientes aspectos:

1. Didáctica

Las nociones teóricas desarrolladas en el Enfoque Ontológico Semiótico aportan:

- En el análisis de los objetos matemáticos a través de la función semiótica y la influencia de los significados personales en la competencia matemática.
- En la evaluación del desarrollo de la competencia matemática y su propuesta en la planificación de las sesiones de clases.
- En la articulación con teorías de enfoques cualitativos (como la teoría fundamentada) que aportan en la representación del desarrollo de la competencia matemática.
- En el reconocimiento de patrones de significados y conflictos semióticos de una situación problema.

2. Técnica

Se caracterizó las respuestas de los estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima, haciendo una correspondencia de las habilidades y nivel de desarrollo de la competencia matemática con un vector de capacidades de la situación problema evaluada a través del algoritmo K-means.

3. Social

Teniendo en cuenta que el objetivo de la propuesta se realizó de la competencia matemática desarrollados por la población estudiantil evaluados y agrupados en tres categorías según los tres niveles de desarrollo planteado.

El diagnóstico del desarrollo de la competencia matemática de grandes grupos estudiantiles aborda una realidad educativa social nacional y busca reflexionar sobre sus resultados dentro y/o fuera de clases.

1.4.1. Delimitación del estudio

En esta investigación, partimos de la premisa fundamental de que la competencia matemática desarrollada en una institución se configura a partir de las competencias matemáticas individuales de cada estudiante que integra dicha institución. Basándonos en este principio, nos centramos en la evaluación de estudiantes del segundo ciclo del curso de matemáticas en una universidad privada de Lima. El enfoque del estudio se restringió al análisis de los significados personales que los estudiantes atribuyen a los objetos matemáticos dentro de una situación problema, haciendo hincapié en la utilización de las herramientas proporcionadas por el Enfoque Ontológico Semiótico (EOS) para describir estrategias de resolución, identificar conflictos semióticos y explorar posibles intervenciones futuras.

Cabe resaltar que los estudiantes involucrados en la resolución de las situaciones problema provienen de aulas diversas, impartidas por cuatro profesores distintos en el curso de matemática del segundo ciclo de una universidad privada en Lima. Además, resulta relevante subrayar que la evaluación de estos estudiantes se llevó a cabo en dos momentos diferentes.

II. Marco teórico

2.1. Enfoque Ontológico Semiótico

El Enfoque Ontológico Semiótico (EOS) es el resultado de la hibridación y articulación de bases teóricas de un enfoque antropológico y ontosemiótico (Godino y Batanero, 1998; Godino, Batanero y Font, 2007; Font, Godino y Gallardo, 2013).

Basados en Radford (2008b, pp. 320-321) el Enfoque Ontológico Semiótico plantea que una teoría es una forma de generar interpretaciones y acciones basadas en un sistema de principios fundamentales (*P*), que incluye visiones implícitas así como afirmaciones que delimitan los límites del universo del discurso y la perspectiva de investigación adoptada. Además, una teoría requiere de una metodología (*M*), que incluye técnicas para la recolección e interpretación de datos, respaldada por los principios (*P*), y un conjunto de preguntas paradigmáticas (*Q*), que genera preguntas específicas cuando surgen nuevas interpretaciones o cuando se profundizan, amplían y/o modifican los principios.

A continuación, el EOS plantea los problemas epistemológico, ontológico, semiótico cognitivo, educativo-instruccional y ecológico.

2.1.1. Problema epistemológico

El EOS utiliza una perspectiva antropológica (Wittgenstein, 1953) y pragmatista (Peirce, 1958), destacando la construcción del conocimiento matemático con la noción de práctica matemática o actividad de las personas en la resolución de problemas desde una relatividad institucional y personal (1998, p.182).

Ante la pregunta epistemológica

QE1: ¿Cómo emerge y se desarrolla la matemática?

El EOS utiliza la noción de práctica matemática para dar cuenta de la relatividad institucional y personal de la misma. Entendiéndose por práctica matemática (al resolver un problema) a cualquier acción o comunicación, ya sea verbal o gráfica, llevada a cabo por alguien para resolver problemas matemáticos, validar su solución, generalizarla a otros contextos y problemas, o comunicarla a otros, según lo establecido por Godino y Batanero (1998, p.182).

Tabla 2.1: Principios y Metodología del Problema epistemológico

Principios Epistemológico	Metodología Epistemológica
<p>PE1: La matemática es una actividad humana centrada en resolver de cierta clase de situaciones-problemas. Dicha actividad se concreta en la puesta en acción del sistema de prácticas compartida en una institución que da respuesta a la situación–problema planteada.</p>	<p>ME1: La génesis institucional del conocimiento matemático se aborda en el EOS mediante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) la identificación y categorización de las situaciones-problemas que requieren una respuesta; 2) la descripción de las secuencias de prácticas normativas, discursivas y operativas que se desarrollan en el tiempo y se describen como procesos (representación, algoritmización y argumentación) utilizadas en la resolución de problemas.
<p>PE2: Las prácticas matemáticas pueden ser individuales o compartidas dentro de una institución.</p>	
<p>PE3: En la resolución de situaciones problemáticas se articulan secuencias de prácticas normativas, discursivas y operativas desarrolladas en el tiempo y descritos como procesos.</p>	

(Godino, 2022, Enfoque ontosemiótico y la educación matemática)

2.1.2. Problema ontológico

La matemática constituye un sistema articulado de manera lógica, en las que intervienen entidades denominados objetos matemáticos.

Ante las preguntas ontológicas.

QO1: ¿Qué es un objeto matemático? ¿Qué tipos de objetos intervienen en la actividad matemática?

En el marco del EOS, los objetos matemáticos son considerados como entidades materiales o inmateriales que emergen en la práctica matemática. No se puede llevar a cabo ninguna actividad matemática sin objetos matemáticos, ni tampoco existen objetos sin actividad matemática.

Tabla 2.2: Principios del Problema Ontológico

Principios Ontológico	Metodología Ontológica
<p>PO1: En la práctica matemática intervienen diversas clases de objetos matemáticos que asumen diversos roles: instrumental/representacional, regulativos (establecen las reglas de las prácticas), los explicativos y los justificativos.</p> <p>PO2: La herramienta del EOS configuración ontosemiótica, articula las nociones de práctica, objeto y proceso, así como las dualidades para el análisis institucional y personal de la actividad matemática</p>	<p>MO1:</p>

(Godino, 2022, Enfoque ontosemiótico y la educación matemática)

2.1.3. Problema semiótico-cognitivo

En el marco del EOS el conocimiento matemático se compone de las relaciones que un sujeto (ya sea una persona o una institución) establece entre los objetos matemáticos y las actuaciones (puede utilizar de manera competente) en las prácticas matemáticas.

Ante las preguntas semióticas cognitivas

QSC1: ¿Qué es conocer un objeto matemático? ¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?

El EOS propone la herramienta función semiótica que aproxima el conocimiento de un objeto matemático (O) o mejor dicho compara los significados atribuidos al objeto O . La función semiótica establece la correspondencia entre un objeto antecedente (expresión o significante) y otro consecuente (contenido o significado), dado por un sujeto a través de un criterio de correspondencia.

Tabla 2.3: Principios y Metodología del Problema semiótico cognitivo

Principios semiótico cognitivo	Metodología semiótico cognitivo
<p>PSC1: El conocimiento de un objeto matemático O para un sujeto X (individuo o una institución) se refiere al conjunto de funciones semióticas que X puede establecer, en las que O es utilizado como funtivo (expresión o contenido). Cada función semiótica implica un acto de semiósis por parte de un agente interpretante y representa un conocimiento que está condicionado por las circunstancias particulares del acto de interpretación.</p>	<p>MSC1: Un método para delimitar los distintos significados de los objetos matemáticos y, en consecuencia, para la reconstrucción de los modelos de referencia epistemológica y cognitiva, es examinar los sistemas de prácticas personales e institucionales, así como las configuraciones ontosemióticas implicadas en ellos.</p>
<p>PSC2: La correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde interviene tal objeto se interpreta como el “significado de dicho objeto” (institucional o personal).</p>	

(Godino, 2022, Enfoque ontosemiótico y la educación matemática)

2.1.4. Problema educativo instruccional

El modelo de instrucción que se asume en el EOS estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje que atribuye un papel clave a la “zona de desarrollo potencial” (Vygotski, 1995) con el fin de optimizar dichos procesos.

La noción de configuración didáctica constituye la principal herramienta metodológica para el análisis a nivel micro de los procesos de instrucción (Godino, et al., 2007). Se define como cualquier segmento de actividad didáctica (enseñanza y aprendizaje) comprendido entre el inicio y fin del proceso de resolución de una situación – problema. Incluye, por tanto, las acciones de los estudiantes y del profesor, así como los medios planificados o usados para abordar la tarea. Otra herramienta metodológica es el análisis de la instrucción a partir de la secuencia de configuraciones didácticas que constituye una trayectoria didáctica.

Ante las preguntas educativo instruccional

QEI1: ¿Qué es la enseñanza? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Cómo se relacionan? QEI2: ¿Qué tipos de interacciones entre personas, conocimientos y recursos se deberían implementar en

los procesos instruccionales para optimizar los aprendizajes?

Tabla 2.4: Principios y Metodologías del Problema educativo instruccional

Principios educativo instruccional	Metodología educativo instruccional
PEI1: El objetivo del aprendizaje, es que los estudiantes se apropien de los significados y objetos institucionales necesarios para abordar y resolver problemas específicos y de esta manera desarrollarse como persona.	MEI1: Para investigar los procesos de instrucción se realiza el análisis de la configuración didáctica (acciones del docente, discentes y medios usados para abordar el estudio de una situación-problema) y trayectoria didáctica (secuencia de configuraciones didácticas).
PEI2: Dado que la adquisición de los significados institucionales pretendidos está influenciada por los significados personales iniciales de los estudiantes entonces es componente esencial de la problemática educativa comprender los significados personales de los estudiantes.	
PEI3: Para lograr una optimización efectiva de los procesos de aprendizaje, es necesario considerar factores tanto a nivel macro como a nivel micro.	

(Godino, 2022, Enfoque ontosemiótico y la educación matemática)

2.1.5. Problema ecológico

Esta problemática analiza la diversidad de factores y normas que pueden condicionar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto plantea la siguiente pregunta

QEC1: ¿Qué factores condicionan y soportan el desarrollo de los procesos instruccionales y qué normas los regulan?

Tabla 2.5: Principios del Problema Ecológico

Principios Ecológico	Metodología Ecológico
<p>PEC1: Identificar y comprender los factores y normas que influyen en los procesos de instrucción matemática se considera fundamental para:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Evaluar la pertinencia de las intervenciones de docentes y estudiantes, tomando en cuenta el conjunto de factores y normas que influyen en la enseñanza y el aprendizaje. - Proponer cambios en las normas existentes que ayuden a mejorar el funcionamiento y control de los procesos de instrucción matemática, con el objetivo de facilitar la transición de los significados personales a los significados institucionales pretendidos. - Encontrar maneras de actuar sobre algunos factores que surgen en el sistema, por ejemplo, como mejorar las actitudes de los estudiantes o brindar apoyo a aquellos con habilidades por encima o por debajo del promedio. 	

(Godino, 2022, Enfoque ontosemiótico y la educación matemática)

2.1.6. Problema de optimización del proceso de instrucción

El fin último de la investigación didáctica es la mejora del aprendizaje y para ello es necesario contar con una serie de criterios que aseguren dicha optimización. Esto plantea la siguiente pregunta

QOA1: ¿Qué tipo de acciones y recursos se debería implementar en los procesos de instrucción para optimizar el aprendizaje matemático?

Tabla 2.6: Principio del Problema de optimización del proceso de instrucción

Principios de Optimización de aprendizaje	Metodología
<p>POA1: Los principios y los recursos instruccionales no se consideran como reglas o leyes generales, inferidas de manera positivista, sino como criterios de idoneidad o actuación preferente sobre los cuales se ha generado un cierto consenso en la comunidad de educación matemática.</p>	
<p>POA2: Tales criterios tienen que ser aplicados localmente, por lo que se deben adaptar e interpretar por parte del profesor, y se refieren a cada una de las facetas implicadas en los procesos de instrucción matemáticos: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.</p>	
<p>POA3: Los significados atribuidos a los objetos institucionales en un contexto educativo específico deben reflejar de manera precisa el significado de referencia global del objeto matemático y deben considerar las limitaciones impuestas de los contextos y de los sujetos involucrados.</p>	

(Godino, 2022, Enfoque ontosemiótico y la educación matemática)

2.2. Enfoque Ontológico Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática

Desde la perspectiva del EOS el modelo desarrollado en el conocimiento y la instrucción matemática, integra diversas aproximaciones y enfoques teóricos usados en la investigación en educación matemática. Dicho modelo se viene desarrollando desde 1994 (Godino y Batanero, 1994) que trata de avanzar en la construcción de un sistema de herramientas conceptuales y metodológicas que permiten realizar análisis a nivel macro y micro de las distintas dimensiones implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Las nociones teóricas que componen el EOS, se pueden clasificar en cinco grupos cada uno de los cuales permite centrarse en aspectos específicos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2007): sistema de prácticas, configuración ontosemiótica, configuración didáctica, dimensión normativa e idoneidad didáctica.

2.2.1. Sistema de prácticas

Se asume que las matemáticas provienen de la actividad humana orientada a resolver un determinado tipo de problema, constituyéndose la razón de ser y el significado de los objetos emergentes de la misma. Desde la perspectiva del EOS, las nociones de práctica matemática y sistema de prácticas constituyen el punto de partida para el análisis de la actividad matemática (Font et al., 2013).

La práctica matemática concebida como actuación llevada a cabo por una persona, pondrá en evidencia los significados personales, o si son compartidas en el seno de una institución, dará lugar a los significados institucionales, entendiéndose por institución un grupo de personas involucradas en una misma situación problemática.

En cualquier caso, cuando la acción se dirige a una actividad de resolución de problemas, podemos considerar un sistema de prácticas matemáticas institucionales y personales:

- El sistema de prácticas institucionales denotado por $P_I(C)$, asociadas a un campo C de problemas, está constituido por las prácticas consideradas como significativas para resolver dicho campo de problemas y compartidas en la institución I (Godino & Batanero, 1994, p.337).
- Los sistemas de prácticas personales denotado por $P_P(C)$, asociadas al campo de problemas C , están constituidos por las prácticas prototípicas que una persona realiza en su intento de resolver el campo de problemas C (Godino & Batanero, 1994, p.339)

Dado que un objeto matemático, en su versión institucional se concibe como un “emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas”. Se refleja la relación subyacente entre los sistemas de prácticas mencionados, los objetos matemáticos emergentes de tales sistemas y las relaciones que se establecen entre dichos objetos “las cuales deben ser tenidas en cuenta en el análisis del significado de las nociones matemáticas” (Wilhelmi, Godino, & Lasa, 2014, p.78)

2.2.2. Configuración ontosemiótica

Desde la filosofía de las matemáticas, el término objeto matemático se refiere generalmente a objetos abstractos tales como conceptos, proposiciones, relaciones, etc., sin embargo, en el marco del EOS, la palabra objeto se usa en un sentido amplio para significar cualquier entidad que esté involucrada de alguna manera en la práctica o sistema de prácticas matemáticas y que pueda separarse o individualizarse, por ejemplo, un concepto, una propiedad, una representación, un procedimiento, etc. Con esta metáfora ontológica reconocemos que en las prácticas matemáticas intervienen conceptos o entidades abstractas, así como objetos empíricos (ostensivos). Esta concepción general del objeto matemático se complementa con la introducción de una categorización de diferentes tipos de objetos, teniendo en cuenta su naturaleza y la función en el trabajo matemático.

2.2.2.1. Objetos matemáticos primarios

En los diferentes procesos matemáticos como comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos y argumentación (“Configuraciones de objetos y procesos matemáticos de ... - Redalyc”), emergen objetos primarios como:

- Lenguajes: términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc. en diferentes registros de expresión (escrito, oral, gestual) y representaciones. Mediante el lenguaje (ordinario y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos.
- Situaciones-problemas: considera aquellas aplicaciones extra-matemáticas o intra-matemáticas, ejercicios, etc. expresadas en tareas que inducen la actividad matemática.
- Concepto-definición: entidades que se definen, por ejemplo, el número, punto, recta, media, función.

- Proposiciones o propiedades: son aquellos enunciados sobre conceptos.
- Procedimientos: secuencias de acciones del sujeto ante las tareas matemáticas; algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo.
- Argumentos: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos.



Figura 2.1: Configuración epistémica, componentes y relaciones (Font, V. y Godino, J. D., 2006).

Así mismo, con estos seis tipos de objetos primarios forman un andamiaje de otros objetos complejos como sistemas conceptuales, teorías, etc.

2.2.2.2. Facetas de los objetos matemáticos

En las entidades matemáticas primarias descritas anteriormente, el EOS establece cinco facetas o dualidades (Godino, 2002a; Godino et al., 2007) dando lugar a configuraciones complejas.

- Personal-Institucional: Una misma expresión puede referir a un objeto personal o un objeto institucional. Es suficiente que una manifestación sea de un sujeto individual para que sea personal. Por otro lado, si se trata de: la explicación docente, documentos curriculares, recursos didácticos; que son usados como referencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje, luego los objetos que están en juego son institucionales.
- Ostensivo-no ostensivo (concreto-abstracto): los objetos matemáticos tienen una faceta concreta, y otra abstracta. Así, por ejemplo, si la función utilidad U se define en términos de la cantidad producida y vendida (q), mediante la siguiente regla $U(q) = 120q - 360$, entonces podemos señalar que el punto $(5; 240)$ pertenece a la gráfica de la utilidad. En

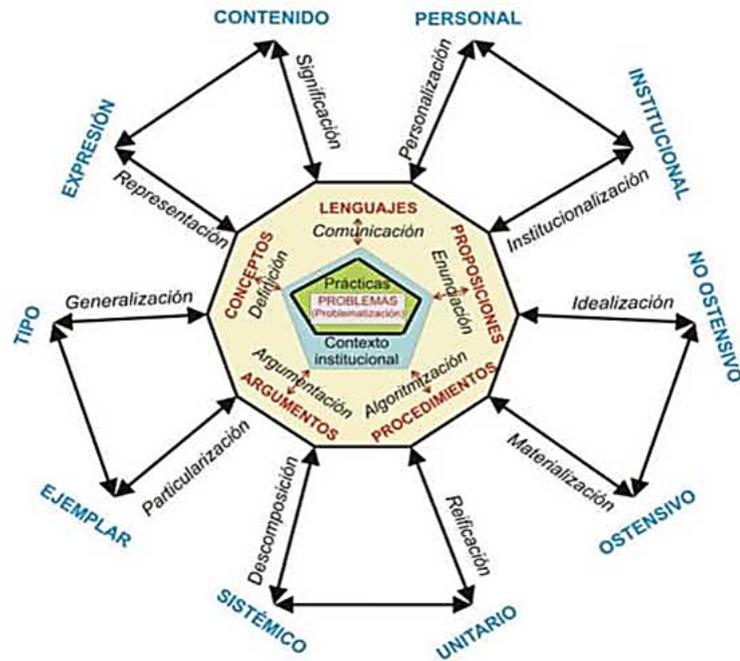


Figura 2.2: Facetas de los objetos matemáticos.

Fuente: Font et al. (2013, p. 117)

este caso, este par ordenado representa un objeto ostensivo (concreto). Por otro lado, la regla de correspondencia $U(q) = 120q - 360$ es abstracta y describe a una relación.

- Unitario-sistémico: En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (que se suponen son conocidas previamente), mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio. Así por ejemplo, la derivada de una función en un punto particular es un objeto matemático unitario, y representa la tasa de cambio instantánea de la función en ese punto específico. Por otro lado, el conjunto de todas las derivadas de una función en su dominio es un objeto matemático sistémico. Representa el comportamiento global de la función en términos de cambio en diferentes puntos.
- Ejemplar-tipo (extensivo/intensivo): Esta dualidad es fundamental para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos (Contreras, Font, Luque y Ordóñez, 2005), permitiendo centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general (Font y Contreras, 2008). Así, en el análisis de la actividad matemática, debemos considerar que un objeto matemático puede ser un ejemplar, si se pone en juego por sí mismo, o bien, representante de una clase de objetos, como ejemplar

de un cierto tipo, o componente de un sistema.

- Expresión-contenido (significante-significado): las entidades matemáticas pueden desempeñar el papel de expresión o de contenido, siendo antecedentes o consecuentes de una “función semiótica” (Hjemslev, 1943). Esta dualidad permite establecer las relaciones de dependencia o función, entre un antecedente (expresión o significante) y un consecuente (contenido o significado), dado por una persona o una institución de acuerdo con un criterio o regla de correspondencia (hábitos, normas, convenios). Así por ejemplo, en la expresión matemática: $\int_a^b f(x)dx$, el contenido (Significado) es el área bajo la curva de la función $f(x)$ desde $x = a$ hasta $x = b$.

Desde el punto de vista institucional la noción configuración ontosemiótica supone una red compleja del conocimiento y competencia matemática que responde a la necesidad de identificar los objetos y los procesos implicados en las prácticas de resolución de situaciones-problemas (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011).

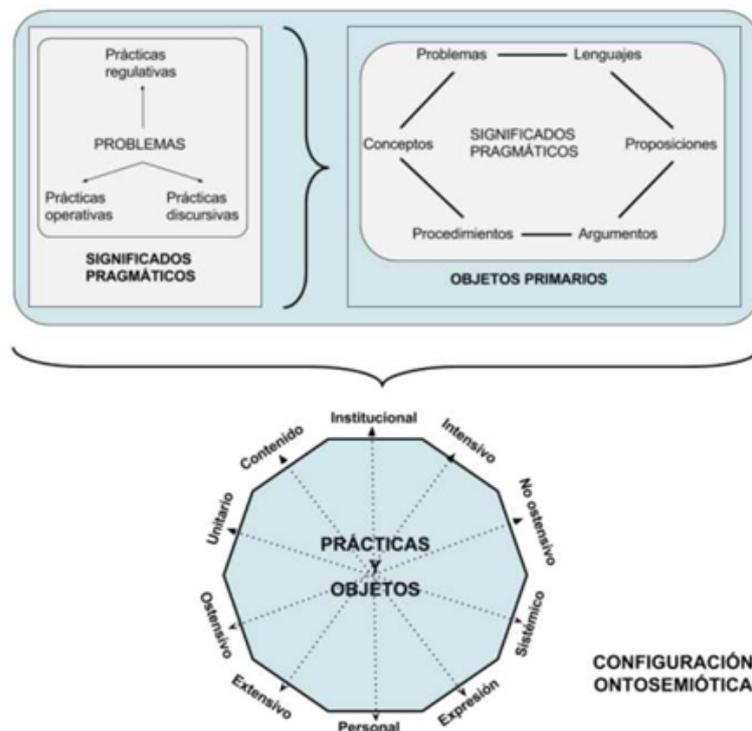


Figura 2.3: Significados pragmáticos y configuración ontosemiótica Fuente: Godino, Beltrán-Pellicer, Burgos y Giacomone (2017, p. 4)

2.2.3. Configuración didáctica

Esta noción constituye la principal herramienta para el análisis de la instrucción matemática (Contreras, García y Font, 2012; Godino, Contreras y Font, 2006). Es un sistema articulado que integra la configuración epistémica, esto es, asocia una tarea con los procedimientos requeridos para su solución, el lenguaje, conceptos, proposiciones y argumentaciones, las cuales pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos.

La configuración epistémica relaciona una configuración instruccional constituida por la red de objetos, docentes, discentes y mediacionales puestos en juego a propósito del problema o tarea matemática abordada. La descripción de los aprendizajes que se van construyendo a lo largo del proceso se realiza mediante las configuraciones cognitivas, red de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas personales que se ponen en juego en la implementación de una configuración epistémica.

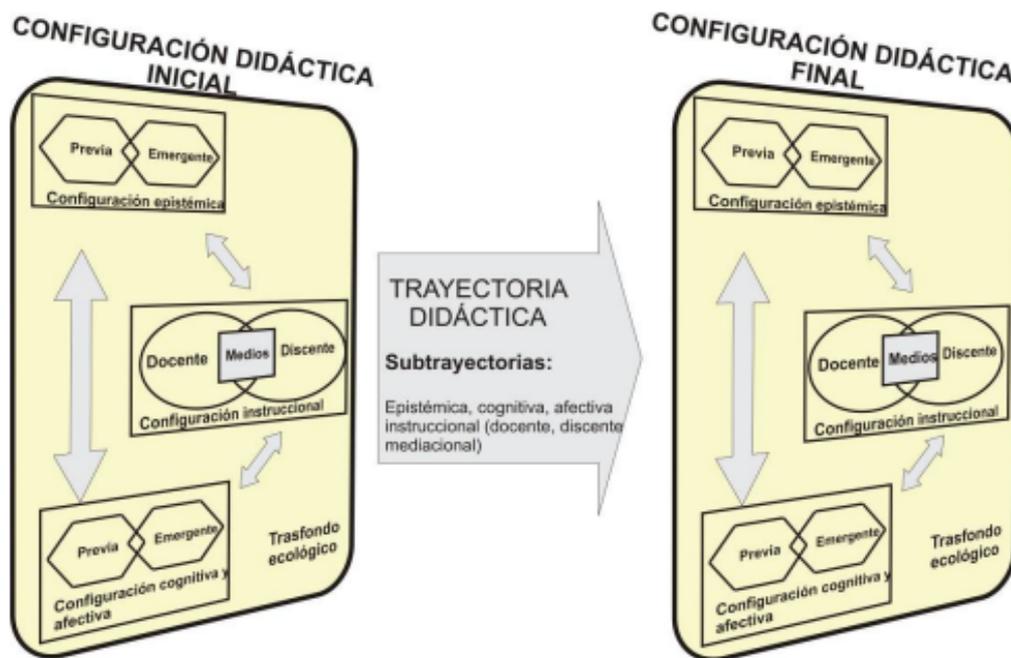


Figura 2.4: Fuente: Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007)

Artículo: The ontosemiotic approach to research in mathematics education.

ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.

2.2.4. Dimensión normativa

En el EOS se adopta un punto de vista global sobre las normas que rigen los procesos de estudio “integrando los distintos modos de entender el contrato didáctico y las normas sociales y socio matemáticas en didáctica de las matemáticas, desarrollando de este modo la noción de dimensión normativa” (D’Amore, Font y Godino, 2007, p. 57). Dicha noción, descrita de manera detallada en Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009), permite abordar el estudio, sistemático y global, del sistema de reglas, hábitos, normas que restringen, regulan y soportan las prácticas matemáticas y didácticas, clasificando las normas según cuatro direcciones complementarias:

- El momento en que intervienen las normas (diseño curricular, planificación, implementación y evaluación)
- El origen (administrativo, universitario)
- El tipo y grado de coerción (social y disciplinar);
- La faceta del proceso de estudio a que se refiere la norma (epistémica, cognitiva, afectiva, ecológica, instruccional).

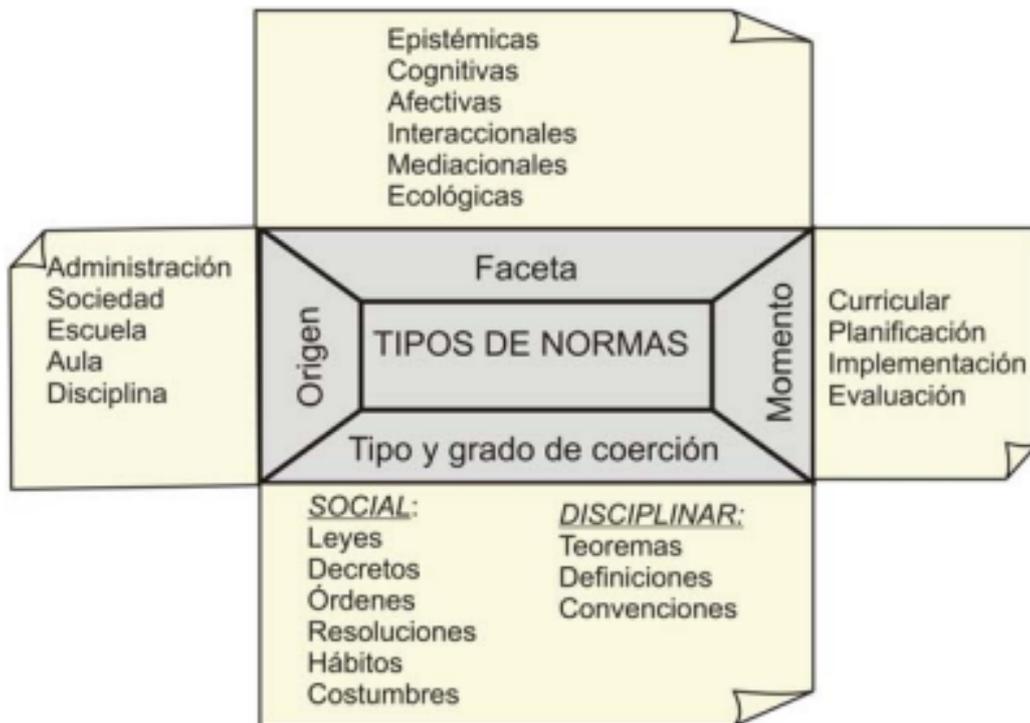


Figura 2.5: Dimensión normativa. Tipos de normas

Fuente: Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007)

2.2.5. Idoneidad didáctica

Esta noción se describe en el EOS (Godino, 2013a; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013) como el criterio global de pertinencia de un proceso de instrucción cuyo principal indicador empírico puede ser el grado de adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos, y que es relativa a las circunstancias locales, de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de instrucción matemática. El enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007, 2008) propone la noción de idoneidad didáctica que permite plantear los criterios orientadores del desarrollo de la competencia matemática.

- Idoneidad epistémica: valora la representación de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
- Idoneidad cognitiva: permite valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si los significados pretendidos (o implementados) están en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello

que se pretendía enseñar.

- Idoneidad interaccional: valora si las interacciones durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, resuelven dudas y dificultades de los estudiantes esto es, si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, identificar conflictos semióticos potenciales, o se resuelve los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- Idoneidad mediacional: valora la disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje
- Idoneidad afectiva: valora la implicación (interés, motivación) del estudiante en el proceso de instrucción.
- Idoneidad ecológica: valora el proceso de instrucción ajustado a la propuesta curricular y las condiciones del entorno social y profesional que se desarrolla (Font, Planas y Godino, 2010).

Los criterios de idoneidad son herramientas que pueden ser muy útiles no sólo para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre cómo debería ser el proceso de instrucción, sino también para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado. (Ramos y Font, 2008, p. 262).

2.3. Categorización del desarrollo de la competencia matemática

En este estudio, hemos considerado el valioso aporte de la Teoría Fundamentada como herramienta teórica cualitativa, que permite proponer una interpretación de las diversas manifestaciones presentes en la resolución de situaciones problemáticas del área de matemáticas. Su riguroso enfoque metodológico abarca los elementos de calidad que aseguran la autenticidad, coherencia y credibilidad de una investigación.

(Strauss & Corbin, 2016) enfatizan que la teoría fundamentada es una forma de investigar en la que la teoría, se deriva de los datos que son recopilados de forma sistemática; y son analizados para explicar los acontecimientos reales.

La evaluación de la competencia matemática generalmente se ha basado en enfoques cuantitativos, en la medición del rendimiento académico, la resolución de problemas y la comprensión de conceptos matemáticos; sin embargo, en nuestro trabajo la teoría fundamentada permitió estructurar un procedimiento de análisis que relacionó los constructos desarrollados en el EOS coincidiendo con Espinoza (2018), quién sostiene que la comprensión

de un objeto matemático por parte de un sujeto puede ser interpretada a través de funciones semióticas que este establece en circunstancias específicas, revelando una naturaleza funcional del objeto como expresión o contenido, así como los significados y las habilidades en el contexto cualitativo y semiótico.

2.3.1. Agrupamiento según el algoritmo K-Means

La aplicación del algoritmo K-Means en diferentes dominios puede proporcionar una mejor comprensión de los patrones y estructuras ocultas presentes en los datos.

Un problema común que surge cuando se dispone de un conjunto grande de datos, es agruparlos mediante un determinado criterio.

El algoritmo K-Means es uno de los algoritmos más simples y populares del aprendizaje automático no supervisado (machine learning), que permite agrupar una gran cantidad de datos. Su finalidad primordial consiste en segmentar un conjunto de datos en K grupos o clústeres, donde cada clúster representa un conjunto de puntos similares entre sí y distintos de los puntos presentes en otros clústeres. Este algoritmo goza de una amplia aplicación en diversos campos, incluyendo el reconocimiento de patrones, la segmentación de imágenes, el análisis de mercado, entre otros.

2.3.1.1. Descripción del algoritmo

Dado un conjunto de n puntos datos, representado como $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, donde todos los x_i se encuentran en un mismo espacio de dimensión d ; el objetivo es dividir este conjunto en K clústeres, donde K es un parámetro definido previamente por el usuario.

El algoritmo K-Means se basa en los siguientes pasos:

Tabla 2.7: Algoritmo K-Means.

Algorithmic 1

1	Entrada: Conjunto de datos X , número de clusters K .
2	Inicialización: Se seleccionan aleatoriamente K puntos c_1, c_2, \dots, c_K como centroides iniciales de cada cluster.
3	Asignación de puntos: Cada punto x_i se asigna al cluster cuyo centroide sea el más cercano según una métrica de distancia, típicamente la distancia euclidiana.
4	Actualización de centroides: Con los clusters formados, se recalculan los centroides de cada cluster como el promedio de todos los puntos miembros de ese cluster.
5	Until: Los centroides convergen o se alcanza un número máximo de iteraciones.

Fuente:Elaboración propia

III. Materiales y métodos

3.1. Variable independiente de la investigación: Enfoque Ontológico Semiótico.

En nuestra investigación, hemos considerado las nociones teóricas y metodológicas propuestas por el EOS con el propósito de indagar y analizar las relaciones inmediatas detectadas a priori entre objetos matemáticos primarios, con el fin de resolver la situación problemática.

(Pino-Fan, Godino, & Font, 2013), analizaron la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada, para lo cual diseñaron y aplicaron un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático del futuro profesor de bachillerato sobre la derivada. Para la elaboración del Instrumento, siguieron las siguientes etapas: fases de diseño (¿qué es la derivada?, ¿cuáles son sus significados?), estudio de la literatura en didáctica del cálculo diferencial, elaboración de un banco de tareas sobre derivadas, criterios para la selección de tareas, análisis a priori de las tareas y aplicación piloto y evaluación de expertos.

En el ámbito de nuestra investigación, surge la necesidad de examinar y comprender las representaciones y acciones de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

A través de la configuración epistémica, buscamos comprender a fondo estas relaciones y la competencia matemática.

El análisis de tales relaciones implica las nociones de función semiótica y conflicto semiótico que se evidencian en la resolución de una evaluación escrita. Estas acciones se llevan a cabo utilizando como herramientas la configuración epistémica, sus componentes y relaciones desde la perspectiva ontosemiótica.

- Según (Godino, 2003) la noción de función semiótica nos permite proponer una interpretación del conocimiento y la comprensión de un objeto O por parte de un sujeto X (persona o institución) en términos de funciones semióticas que X puede establecer en una circunstancia fijada, en las que interviene el objeto O .

I. Según el contenido (significado)

- Significado lingüístico, cuando el objeto final, o contenido de este, es un término, expresión, gráfico u otro elemento lingüístico. Así, por ejemplo, cuando usamos el símbolo $C'(x)$ en lugar de la palabra derivada de C respecto de x .

- Significado situacional, cuando el objeto final, es una situación problema. Así, por ejemplo, cuando en general hacemos una descripción verbal, grafica o mixta de la situación problema.
- Significado conceptual, cuando el contenido, es un concepto- definición. Así, por ejemplo, la expresión $C(x)$ refiere cuando en general hacemos una descripción verbal, grafica o mixta de la situación problema, refiere a la notación simbólica de del concepto de función regulado por su definición.
- Significado argumentativo, cuando el contenido de la función semiótica es la argumentación. Así, por ejemplo, demostrar que derivada de la función $f(x) = x^n$, resulta $f'(x) = nx^{n-1}$
- Significado proposicional, cuando su contenido, es una propiedad o atributo de un objeto. Así, por ejemplo, si la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.
- Significado actuativo, cuando el contenido de la función semiótica es una acción u operación, tal como un algoritmo o procedimiento. Así, por ejemplo, cuando no piden calcular $6-3/3+1$ se debe considerar la jerarquía en las operaciones.

II. Según las facetas

- Según el agente que interpreta el objeto (personal, institucional).
 - Según el grado de complejidad del objeto (elemental, sistemático).
 - Según el nivel de abstracción/concreción (extensivo, intensivo).
 - Según el carácter (ostensivo, no ostensivo).
 - Según el papel desempeñado por la expresión (referencial, instrumental).
- En Godino (2002), se define el conflicto semiótico como: “la disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa”. Denominaremos conflicto semiótico a toda expresión matemática en la que alguno o algunos de los elementos semióticos del significado (entidad primaria o faceta), correspondiente a dicha expresión, entre en contradicción o esté ausente con respecto al significado institucional de referencia.

Esta herramienta permite analizar las nociones de obstáculo epistemológico y/o error conceptual, abordando la problemática del aprendizaje en una actividad de carácter fuertemente semiótica.

3.2. Variable dependiente de la investigación: Desarrollo de la competencia matemática.

Del Parlamento Europeo y Consejo de la Unión Europea (2006), podemos inferir que desarrollar la competencia matemática implica determinar el nivel de logro de la competencia matemática (en distintos grados) según la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos del pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas) y entrena la ubicación de una compleja red de saberes (saber qué, saber cómo y saber ser).

Espinoza, R. F. (2018), en su tesis: *La comprensión alcanzada por estudiantes de Profesorado en Matemática, referida a la Divisibilidad, al comenzar la Universidad*, proponen un instrumento de indagación, conformado por una muestra de problemas de divisibilidad, y a partir del análisis de investigaciones relacionadas con el estudio de la comprensión de objetos de la Divisibilidad y otros objetos matemáticos, deja al descubierto funciones semióticas actuativas y argumentativas (conceptuales, proposicionales, con contraejemplos y deductivas) y una amplia red de relaciones conceptuales involucradas en dichas funciones semióticas, lo que hace posible valorar la comprensión lograda de la Divisibilidad, de acuerdo con distintos niveles de comprensión.

Giacomone, B. (2018), en su tesis: *Desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación secundaria en el marco del enfoque ontosemiótico*, propone la conceptualización de competencia desde la perspectiva de la acción competente, en base al proceso formativo dirigido a futuros profesores de matemáticas; desarrolla un conjunto de actividades para identificar la variedad de objetos y significados involucrados en la resolución de tareas escolares. Y se centró en desarrollar la competencia de análisis ontosemiótico (Font, Planas y Godino, 2010; Godino, 2009; Pochulu y Font, 2011), la cual se considera como el conjunto de conocimientos, disposiciones, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión. Los resultados revelaron la complejidad involucrada en el desarrollo de esta competencia de análisis ontosemiótico, así como su relevancia para lograr una enseñanza de las matemáticas de alta calidad.

Seckel y Font (2015) proponen que el punto de partida para el desarrollo y evaluación de una competencia debe incluir una tarea que produzca la percepción de un problema que se quiere resolver, para lo cual se debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica (o acción) que intente dar solución al problema. De esta manera

se espera que dicha actividad se realice con más o menos éxito (logro) y, a su vez, dicho logro evidencia que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los descriptores de la competencia, el cuál se suele asociar a un determinado nivel de competencia. La Figura pone de manifiesto el papel relevante que tienen tanto las tareas

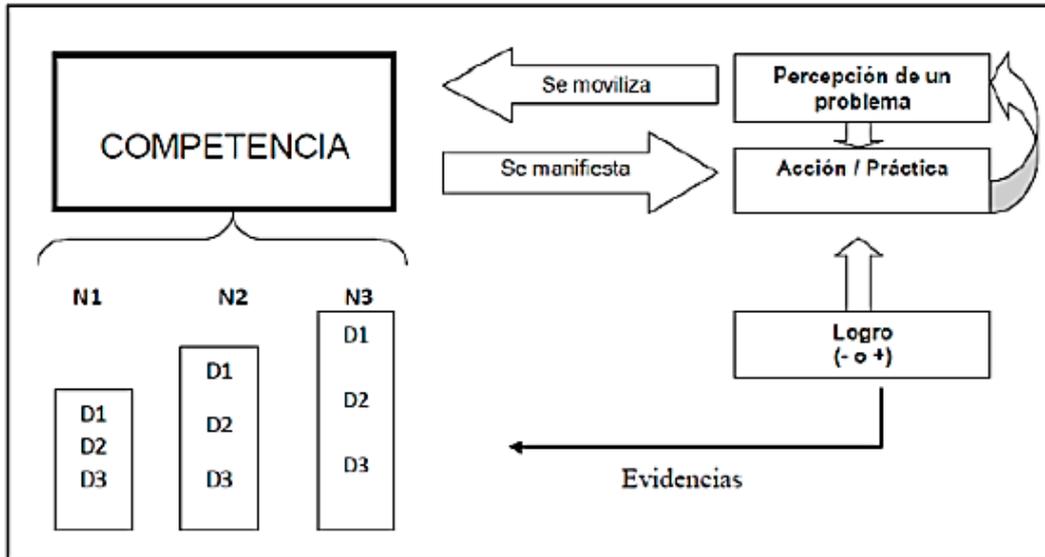


Figura 3.1: Conceptualización de competencias Seckel, M. J. & Font, V. (2015).

o evaluaciones como los descriptores para el desarrollo y evaluación de las competencias. El análisis de la competencia matemática estuvo direccionado mediante herramientas del enfoque ontosemiótico, y en la evaluación escrita se pudo evaluar los significados implementados. En el proceso de instrucción matemática el EOS considera aspectos como el conocimiento conceptual, las habilidades del estudiante y la comunicación al resolver las situaciones problemáticas. Y en base a esto, nos permitió capturar una visión cognitiva y completa del desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes evaluados. Asimismo, Valdez (2022, p. 1136) reconoce que la teoría fundamentada es flexible en la comprensión de las representaciones de los estudiantes, sin comprometer el rigor y se nutre de la experiencia, conocimientos, creatividad y sensibilidad del investigador, manteniendo en todo momento el propósito central del trabajo de investigación.

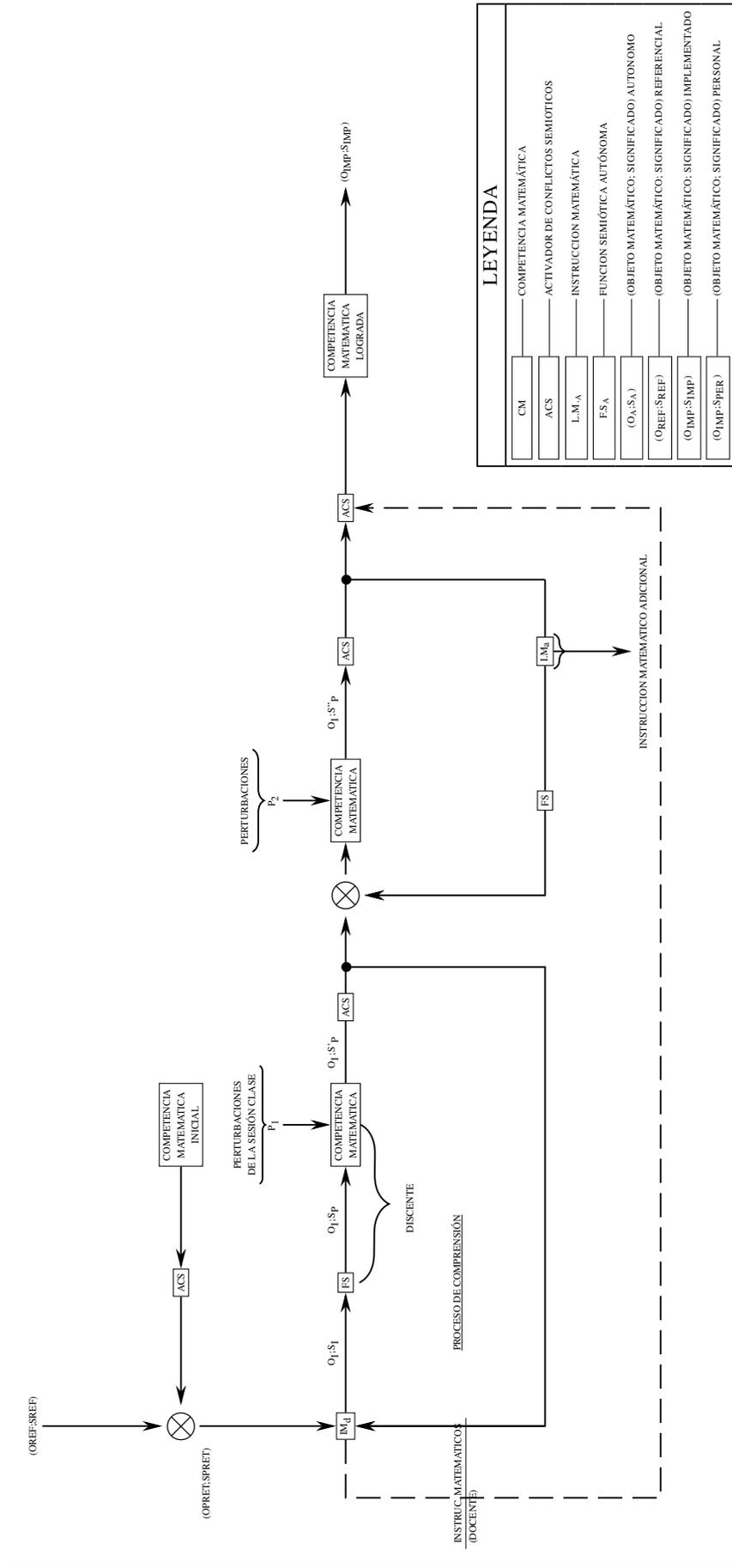


Figura 3.2: Desarrollo de la competencia matemática en la instrucción y su relación con los significados de objetos matemáticos.

3.3. Métodos de la investigación

El propósito fundamental de la presente investigación aborda el desarrollo de las competencias matemáticas en un contexto universitario, mediante el Enfoque Ontológico Semiótico, caracterizando las estrategias que emergen en la resolución de un problema y los conflictos semióticos que delimitan la evaluación escrita a estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática en una universidad privada de Lima.

El enfoque empleado es cualitativo y en lo referente a los métodos empleados, se prioriza:

3.3.1. El método hermenéutico.

Este enfoque se centra en descubrir, comprender e interpretar los significados para profundizar en el pensamiento y explicar las estrategias utilizadas por los estudiantes evaluados (Rivas Ñañez, 2014) El EOS desarrolló las herramientas: función semiótica y los conflictos semióticos, para reconocer y clasificar los significados de los objetos matemáticos en una evaluación escrita declarado por los estudiantes.

3.3.2. Diseño y tipo de la investigación.

Hernández, et al (2010 p. 4) señala que el enfoque cualitativo modela un proceso inductivo contextualizado en un ambiente natural, esto se debe a que en la recolección de datos se establece una estrecha relación entre los participantes de la investigación sustrayendo sus experiencias e ideologías en detrimento del empleo de un instrumento de medición predeterminado. En la presente investigación se utilizó el enfoque cualitativo, puesto que permite comprender un fenómeno social complejo, más allá de medir las variables involucradas, se busca entenderlo una gran amplitud de ideas e interpretaciones que enriquecen el propósito de la investigación.

Hemos considerado las nociones de la Teoría fundamentada, para explicar en un nivel conceptual una acción (funciones semióticas, conflictos semióticos) y/o la interacción evidenciada en la evaluación escrita. Sus explicaciones se circunscriben a un ámbito de significados implementados. La riqueza interpretativa está basada en los datos extraídos y se proyectan a proponer una nueva perspectiva del desarrollo de la competencia matemática.

Tipo de investigación.

En nuestra investigación, introducimos el enfoque ontológico semiótico como la variable independiente que proporcionó las bases para profundizar el entendimiento sobre la realidad

y las representaciones asociadas al desarrollo de la competencia matemática. Considerando que este conocimiento que aspiramos construir es de naturaleza científica, su propósito fundamental es obtener generalizaciones metodológicas que se extiendan hacia la competencia matemática institucional. En cuanto al tipo de investigación empleado, se trata de una investigación aplicada, puesto que esta investigación "...se caracteriza porque busca la aplicación o utilización de los conocimientos adquiridos, a la vez que se adquieren otros, después de implementar y sistematizar la práctica basada en investigación" Murillo (2008).

3.4. Población, muestra y unidad de análisis.

Población

Morles (1994, p.54) manifiesta que la población se refiere a cualquier grupo de elementos cuyas características se quiere conocer o investigar. La población sujeto de estudio y en nuestro trabajo, está integrado por 129 estudiantes de ambos sexos, que culminaron el ciclo académico de manera activa del curso de matemática del segundo ciclo de una Universidad Privada de Lima.

Muestra

Según, (Rivas Ñañez, 2014) seleccionar el tamaño de la muestra cualitativa por saturación, se procede a recopilar la información hasta saturar los datos, es decir, hasta que los datos obtenidos no se repitan o el investigador crea conveniente que lo recopilado es suficiente; y, hasta puede hacer ajustes en plena marcha de la investigación.

En la planificación de la muestra para esta investigación, se tuvo en cuenta a todos los estudiantes matriculados y activos en el curso de MATEMÁTICA durante el segundo ciclo de una Universidad Privada de Lima, como se muestra en la tabla adjunta. Cabe destacar que, aunque algunos estudiantes solo asistieron a la primera evaluación de entrada, mientras que otros participaron únicamente en la segunda evaluación, se seleccionaron y analizaron específicamente 77 estudiantes que participaron en ambas evaluaciones escritas objeto de estudio.

Tabla 3.1: Distribución de estudiantes por aula.

Aula	Total estudiantes	Estudiantes activos	Estudiantes evaluados f_i	Estudiantes evaluados (%).
Aula 1	4	3	2	67%
Aula 2	37	35	19	54%
Aula 3	41	35	24	69%
Aula 4	26	25	22	48%
Aula 5	38	31	20	65%
Total	146	129	77	60%

Fuente: Elaboración propia.

Unidad de análisis

La unidad de análisis en nuestra investigación esta dados por las situaciones problemas propuestas en las evaluaciones escritas. La primera situación-problema presentado en la evaluación diagnóstica involucró la derivada de una función de una variable y se pidió al estudiante que interpretara la razón de cambio del costo en un contexto económico. La segunda pregunta se centró en la derivada parcial de una función de dos variables y su objetivo fue que el estudiante explicara los resultados de la derivación parcial de funciones de variables utilizadas en un contexto económico.

Tabla 3.2: Unidad de análisis de la investigación

Situación problema 1	Situación problema 2
El costo de producir x onzas de oro en una reciente mina es $C(x)$ dólares. ¿Qué significa establecer $C'(800) = 17$?	La producción P (unidades), de una empresa, depende de la mano de obra L (medida en horas hombre por semana) y de la inversión del capital K (medida en miles de soles). Además, se cumple que $\frac{\partial P}{\partial K}$ toma el valor de 25 cuando $L = 80$ y $K = 7$. En un contexto económico, interprete los datos mostrados.

Fuente: Elaboración propia.

3.5. Teoría Fundamentada

La teoría fundamentada tiene como principio central recopilar y analizar datos cualitativos, a partir del cual el investigador utilizando una estrategia inductiva puede establecer o generar teorías fundamentadas en los datos observados. La codificación de los datos extraídos es fundamental, dinámico y el análisis no sigue un proceso estructurado, rígido o estático.

En la presente investigación se decidió abordar la interpretación del concepto de derivada tanto en funciones de una variable como en funciones de dos variables, específicamente en un contexto económico. Las situaciones problemas seleccionadas se enfocaron en el análisis de la competencia matemática y se caracterizaron por las siguientes particularidades:

- Los estudiantes evaluados, han aprobado el primer curso de matemática en la universidad y se encuentran cursando el segundo ciclo.
- El profesor de matemáticas del segundo ciclo, no es el mismo que el profesor del primer ciclo.
- Si un estudiante no realiza las dos evaluaciones, entonces se tendrá datos incompletos y por tanto se decidió excluirlo del análisis del desarrollo de la competencia de comunicación matemática.
- Los contenidos que se abordan en el segundo ciclo son secuenciales con los del primer ciclo y la noción de derivada es pre-requisito de las funciones de varias variables, integrales y aplicaciones.

Codificación abierta de los datos

Strauss y Corbin (2016), explican que en la teoría fundamentada esta codificación implica “el análisis por el cual se detectan conceptos y se revelan las propiedades y dimensiones presentes en los datos” (p. 110).

Se optó por recopilar información a través de dos situaciones problemas planteados en una evaluación escrita con el objetivo de evaluar el desarrollo de la competencia matemática. Durante la evaluación, se solicitó una interpretación de un caso que involucraba la derivada de una función y en el otro caso se solicitó interpretar el valor numérico de la derivada parcial en un contexto económico. Esto se realizó con el propósito de proponer categorías de significados al abordar los objetos matemáticos, considerando las similitudes o diferencias

en las habilidades que emergen de las respuestas, así como las variaciones en los resultados de los estudiantes. A continuación, se presenta el procedimiento en esta etapa:

- **Evaluación escrita:** se recopiló los datos y se procesó las respuestas escritas.
- **Marco teórico:** mediante el uso de la función semiótica y la identificación de conflictos semióticos, se logró reconocer los significados asumidos y las habilidades que se manifiestan en las respuestas de los estudiantes al momento de interpretar tanto el valor numérico de una derivada ordinaria como la derivada parcial de dos situaciones problemas evaluadas en dos momentos del ciclo académico.
- **Protocolo de análisis:** basado en las metodología de la Teoría Fundamentada, se lleva a cabo una partición del texto escrito dado en las respuestas, de manera que cada fragmento seleccionado se reconozca una habilidad identificada.

Respuesta del estudiante i : $T_i = T(E_i)$

$$T_i = T(E_i) = T_{i1} \cup T_{i2} \cup \dots \cup T_{in}$$

Cada subtexto T_{i1} se asoció a una habilidad H_{i1} . La codificación h_{i1} , dependerá de

$$h_{i1} = (T_{i1}; H_{i1})$$

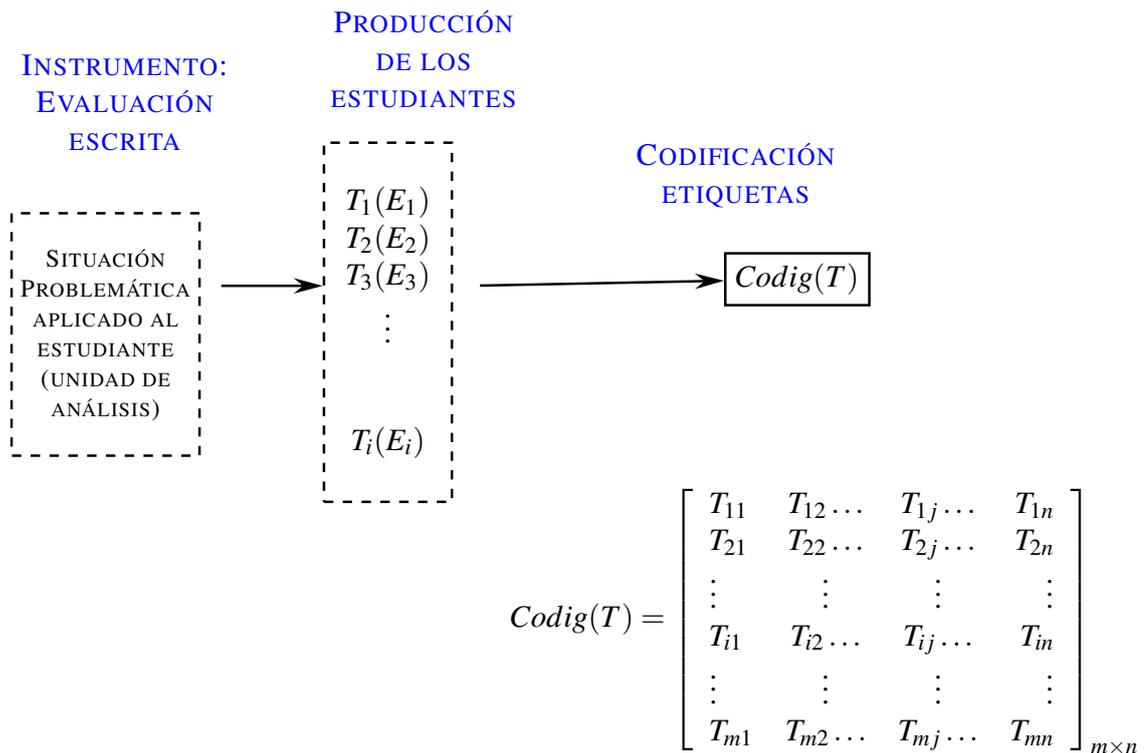


Figura 3.3: Codificación propuesta según la teoría fundamentada.

Fuente: Elaboración propia.

Codificación axial en el Desarrollo de la competencia matemática

La codificación axial es un proceso que implica “establecer vínculos entre las categorías y sus subcategorías, conocido como axial porque el proceso de codificación gira en torno al núcleo de una categoría, estableciendo conexiones entre categorías en términos de sus características y alcance”, según la descripción de Strauss y Corbin (2016). En consecuencia, se reorganizo los datos para reconocer las capacidades declaradas (categorías) por los estudiantes a partir de las funciones semióticas de los objetos matemáticas y la conexión de las habilidades (subcategorías) en la estrategia para resolver la situación problemática.

Codificación selectiva en el Desarrollo de la competencia matemática

El tratamiento de los datos en la teoría fundamentada sigue un análisis sistemático y riguroso, que inicia con una codificación abierta, luego el investigador organiza las

categorías resultantes planteando una codificación axial buscando la interrelaciones entre las subcategorías, que genere una explicación y comprensión del fenómeno de estudio. Finalmente, después de una codificación selectiva se lleva a cabo la integración en una teoría emergente.

En nuestro caso, se le presentó una situación problemática al grupo de estudiantes, y de acuerdo con sus percepciones se procedió a reconocer las habilidades manifestadas en las respuestas. El investigador por su experiencia agrupó por afinidad aquellas habilidades que se relacionaron de manera directa en una categoría de nivel superior conforme a la teoría fundamentada. A continuación, se estableció las conexiones entre sí, según el proceso, y se buscó enriquecer la categoría al seleccionar respuestas afines de la población de estudiantes que mantenían una misma percepción según la complejidad o criterios estratégicos en la data.

Representación esquemática del desarrollo de la competencia matemática.

Después de realizar la codificación, la categorización de datos y la conexión entre las categorías de acuerdo con una estructura coherente, obtuvimos el siguiente esquema:

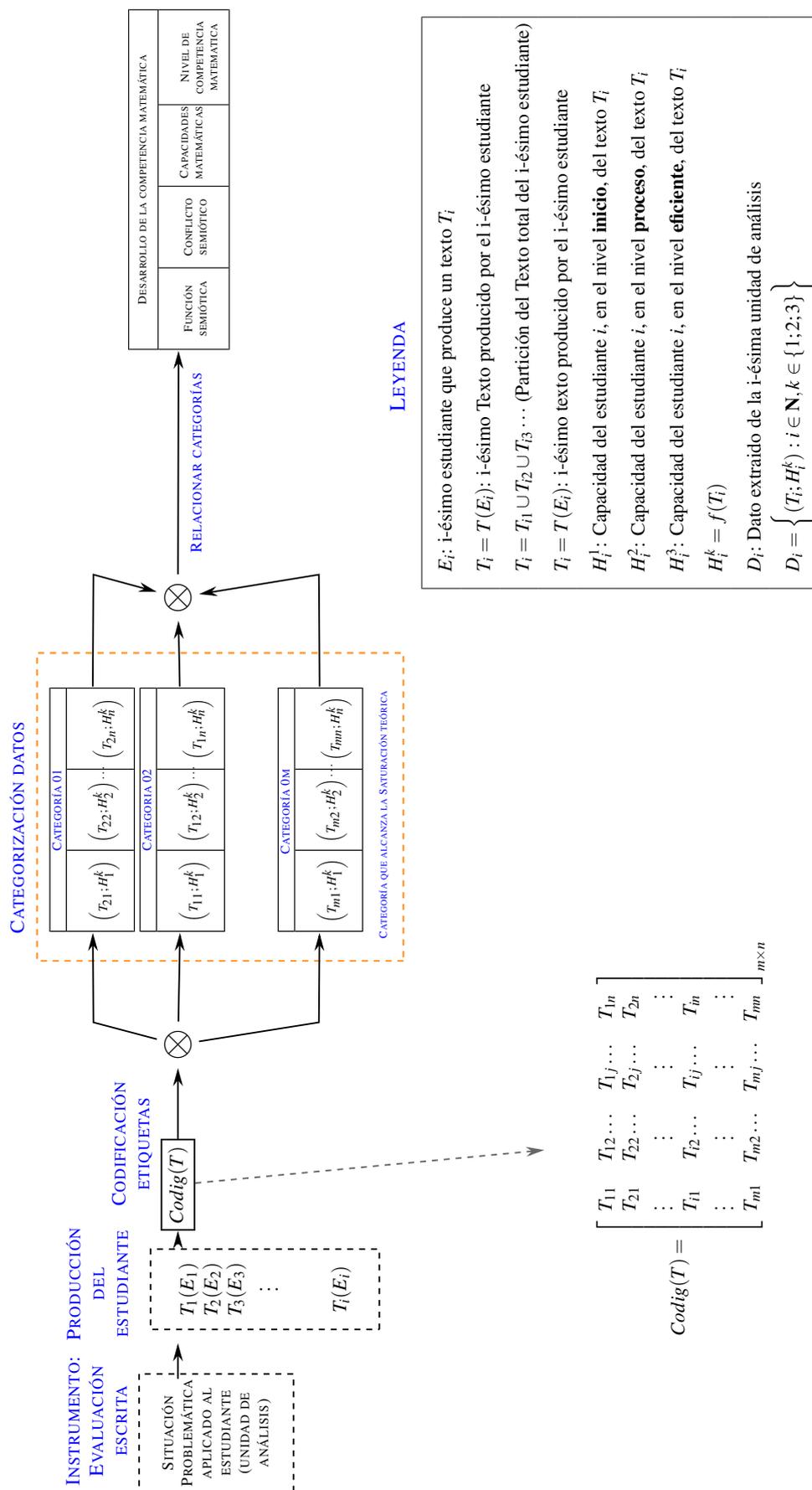


Figura 3.4: Codificación según teoría fundamentada y la configuración epistemica del EOS.

3.6. Encuadre metodológico del Enfoque Ontológico Semiótico.

Nuestra investigación se centra aborda la configuración epistémica, la identificación de funciones semióticas y los conflictos semióticos, con el objetivo de proponer una representación de las estrategias empleadas para abordar la situación problemática. Es esencial destacar que el análisis del caso no busca alterar la situación, sino comprenderla tal como sugieren Ponte (1994) y Yin (2001). Se analizaron durante el ciclo académico dos situaciones problemas referente a la competencia matemática, extraídos de dos evaluaciones escritas institucionales.

3.6.1. Marco epistémico y didáctico de referencia del curso de Matemática.

Se expone una organización matemática sobre objeto enmarcado en la noción de la derivada de funciones de una y dos variables.

Contenidos curriculares seleccionados en la evaluación escrita.

Los contenidos están organizados en cuatro unidades, distribuidas en dos módulos de cálculo diferencial y dos módulos de cálculo integral. En particular, nuestra investigación se enfocó en el ámbito del cálculo diferencial.

Tabla 3.3: Contenidos seleccionados para el análisis de Investigación.

Unidad N°1: Aplicaciones de las derivadas de funciones de una variable.	Unidad N°2: Funciones reales de variables reales y aplicaciones.
Derivadas de funciones	Función de dos y tres variables.
Razón de cambio	Definición de derivadas parciales.
Diferencial de una función	Bienes sustitutos y complementarios
Elasticidad de la función de demanda	Diferencial total de funciones de dos y tres variables
Derivación implícita y logarítmica en contextos económicos	Regla de la cadena de funciones de varias variables
Derivada de ecuaciones paramétricas	Valores extremos de una función de dos o tres variables.
Regla de L'Hôpital	Matrices y determinantes
Optimización de funciones de una variable.	Optimización de funciones de dos variables, con restricción.

Fuente: Universidad privada de Lima.

Caracterización de las situaciones problema a evaluar.

Las situaciones problema propuestas abordan cuestiones que establecen: la relación entre funciones y su derivada ordinaria y/o derivada parcial, con énfasis en la interpretación de un valor numérico en un contexto económico.

Lineamientos de la creación de las situaciones problemas.

Asumido el análisis teórico de los objetos matemáticos derivada ordinaria y derivada parcial, en el curso de matemática evaluado, se optó por tomar en cuenta lo siguiente:

- Orientar el análisis hacia la interpretación del objeto derivada y derivada parcial en una situación contextualizada.
- Mediante el examen escrito, se debe evidenciar la aplicación de definiciones y propiedades relacionadas con la derivada, las cuales abarcan:
 1. La identificación de variables de un enunciado.

2. La notación simbólica de la derivada de una función, así como la derivada parcial.
3. La interpretación del signo de los resultados de la derivada o derivada parcial de funciones de dos variables.
4. La interpretación del valor numérico y su relación con las variables identificadas.

Configuración epistémica de las situaciones problemas desde una perspectiva institucional

En el trabajo presentado se procedió a analizar las configuraciones epistémicas (Font, V. y Godino, J. D., 2006) de las dos situaciones problemas propuestas en el trabajo desarrollado.

3.7. Actividades del proceso investigativo

Elaboración del marco teórico.

Se revisó las 38 tesis doctorales publicados en la web oficial del enfoque ontológico semiótico publicada en la universidad de Granada, que se consideró como variable cualitativa del presente trabajo de investigación.

Elaboración del marco metodológico.

Se planificó la propuesta de investigación utilizando diversas tesis de referencias que abordan Dificultades, conflictos y obstáculos en las prácticas educativas universitarias de iniciación al cálculo diferencial, Neira, G. I. (2017); y el Modelo de Conocimientos y competencias del profesor de Matemáticas (Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017).

Además, se tomó en cuenta:

- La revisión del silabo del curso enfocando en los logros de la sesión de aprendizaje, las actividades educativas propuestas, los recursos asignados con el propósito de relacionar con el desarrollo de la competencia matemática declarada de la institución educativa.
- Se revisó la orientación curricular de la carrera de ciencias empresariales, la competencia matemática que pretende desarrollar y reflexionar con los resultados históricos de la tasa de aprobación y deserción del curso de matemática.

Determinación del diseño de investigación.

Coherentemente con el enfoque Ontosemiótico, se propone un diseño de investigación cualitativo basado en la teoría fundamentada que permita desarrollar una teoría basada

en los datos extraídos de la población para representar el desarrollo de las competencias de comunicación matemática de una institución.

Selección de población y muestra.

La muestra cualitativa se determinó según la población de estudiantes matriculados de manera activa en el ciclo 2022 del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima.

Determinación de los métodos, técnicas e instrumentos.

Se planificó dos evaluaciones escritas en las que se buscó analizar el desarrollo de la competencia de comunicación matemática, a través de las configuraciones propuestas por el Enfoque Ontosemiótico y en la presentación de los resultados se utilizó una segmentación de la población con el algoritmo K-Means.

Aplicación de las pruebas escritas.

A la muestra cualitativa se recogieron los datos a partir de de dos pruebas escritas en dos momentos diferentes:

- La primera evaluación escrita, se realiza en la segunda semana por lo que constituye una evaluación diagnóstica de la noción derivada.
- La segunda evaluación escrita, se realiza en la octava semana de clases por lo que dicha evaluación se enfatiza la interpretación de la derivada parcial.

Análisis e interpretación de los resultados

Durante el presente ciclo se analizó el desarrollo de las competencias matemáticas luego de las dos evaluaciones escritas. El análisis de los datos, se prioriza las configuraciones propuestas en el EOS y la teoría fundamentada, considerando que:

- El investigador codifica los datos, según las funciones semióticas.
- Se propone una categorización axial, según los conflictos semióticos.
- Se realiza una codificación abierta, dando prioridad a la competencia desarrollada.
- Se representa la representación del desarrollo de la competencia matemática (configuración epistémica y la codificación selectiva).

Además, dichos datos se clasificaron mediante el algoritmo K-means, en tres categorías: consideradas como de nivel alto, medio y bajo en relación a la resolución de las situaciones problema.

Conclusiones a partir de los resultados.

Se utilizó el algoritmo K-means para presentar una propuesta de segmentación de grandes grupos de estudiantes, caracterizando las estrategias, los conflictos semióticos, así como la representación esquemática de la configuración epistémica de los objetos matemáticos puestos en juego durante la evaluación escrita del grupo educativo analizado.

Elaboración del informe escrito.

Se registraron todas las actividades que dieron lugar a la presente investigación, organizándolos según la estructura del informe de tesis y agregando las recomendaciones a los resultados del grupo de estudiantes.

3.8. Técnicas e instrumentos de la investigación.

3.8.1. Técnica.

Registros de datos (resultados) de la evaluación escrita.

3.8.2. Instrumentos.

Se propuso dos evaluaciones escritas, de las cuales se analizó una pregunta de cada prueba. Nuestro trabajo se centró en actividades vinculadas con:

- **La selección de Contenidos a evaluar:**

- Revisar los materiales educativos relacionados con los contenidos de la institución.
- Seleccionar la noción de derivada ordinaria y derivada parcial para la evaluación escrita.

- **La coordinación con Docentes:**

- Coordinar con los docentes del área para la aplicación y registro de los resultados del instrumento de evaluación tradicional.

- **El procesamiento de Datos:**

- Clasificar los datos obtenidos en registros y realizar la tabulación correspondiente.
- Codificar los datos para su posterior análisis.

3.9. Procesamiento de la recolección de datos.

La metodología empleada en la investigación tiene cuatro etapas, las cuales incluyen: una revisión curricular de los documentos del curso, un análisis del proceso de la instrucción matemática, un análisis de materiales didácticos empleados en el curso de matemática y la propuesta de la representación integral del desarrollo de competencia matemática basándonos en los constructos desarrollados en el enfoque ontológico semiótico.

3.9.1. Primera etapa: Dimensión normativa.

Abordamos el estudio, orientado a las normas que restringen, regulan y soportan las prácticas matemáticas y didácticas. Por la importancia del manejo de información general, se realizará una indagación documentaria del contexto educativo, fines, propósitos y valores de la institución y reflexionar acerca de:

- a) Las orientaciones curriculares
- b) Faceta del proceso de estudio

3.9.2. Segunda Etapa: Configuración ontosemiótica.

Se analizó el contenido abordado desde los objetos primarios. En esta fase, tomamos en cuenta:

- a) Conocimiento especializado:

- Tipos de problemas.
- Representaciones
- Procedimientos
- Conceptos/propiedades
- Argumentos

- b) Conocimiento ampliado:

- Conexiones

Se aplicó el instrumento de evaluación, dando prioridad a la configuración epistémica. Se enfatizó en:

- a) Reconocimiento de las funciones semióticas.
- Las argumentaciones en la resolución de problemas.
 - La pertinencia de las representaciones empleadas.
 - La revisión de las estrategias desarrolladas.

- b) El análisis de conflictos semióticos.

- Las dificultades en el proceso de desarrollo de la tarea presentada.

3.9.3. Tercera Etapa: Codificación de datos según la teoría fundamentada

En esta etapa se procede a codificar los resultados de los estudiantes según los procesos dados por la teoría fundamentada.

- a) Codificación según la teoría fundamentada.

- Codificación abierta en el Desarrollo de la competencia matemática.
- Codificación axial en el Desarrollo de la competencia matemática
- Codificación selectiva en el Desarrollo de la competencia matemática.

- b) Representación integral del desarrollo de la competencia matemática.

- Se propone una correlación de la configuración epistémica que considere los conflictos y las funciones semióticos que emergen de la situación problemática presentada en la evaluación.
- Se representará un esquema que consolida la estrategia del desarrollo de la tarea por la totalidad de estudiantes.

IV. Resultados y discusión

4.1. Consideraciones en la evaluación de la Competencia Matemática de la Institución.

Con el propósito de analizar el desarrollo de la competencia matemática a nivel institucional, se llevó a cabo una evaluación escrita a la población estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática en una universidad privada de Lima. Aprovechando la fecha de los exámenes, se optó por incluir una pregunta específica en el examen escrito para analizar la competencia matemática. Este proceso tuvo las siguientes consideraciones:

- Los datos se recogieron en dos momentos: en la primera evaluación institucional del ciclo académico, y luego en la octava semana, en una segunda evaluación institucional.
- Los estudiantes evaluados fueron los que aprobaron el primer curso de matemática.
- El profesor a cargo del curso de matemática del segundo ciclo de la universidad privada de Lima, no coincide con el profesor de matemática del primer ciclo.
- El propósito de estas evaluaciones fue diagnosticar la comprensión y aplicación de la derivada como objeto matemático, previo a las funciones de varias variables e integrales.
- Si un estudiante no realiza la primera evaluación o la segunda evaluación, entonces se tendrá datos incompletos y por tanto se decidió excluirlo del análisis del desarrollo de la competencia.
- Se realizó la codificación de los 77 estudiantes seleccionados que completaron tanto la primera como la segunda evaluación. Denotar a cada estudiante por $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{77}$.
- Con el fin de realizar un análisis detallado de la configuración epistémica, se procedió a agrupar las respuestas de los estudiantes que mostraron similitudes significativas (afinidad) en la resolución de la situación problema planteada en la evaluación escrita. Este proceso se repitió hasta alcanzar la saturación de muestras o hasta que ya no se identificara ninguna respuesta distinta.

4.2. Configuración epistémica según el EOS de la situación problema 1

Situación problema 1:

El Costo de producir x onzas de oro en una reciente mina es $C(x)$ dólares.

¿Qué significa establecer $C'(800) = 17$?

Resolución desde una perspectiva institucional.

En la situación problema 1, se espera que del texto se reconozca los siguientes objetos matemáticos primarios:

- O_1 : La cantidad de onzas de oro producidos, representado por la variable x , y según el contexto es una variable independiente.
- O_2 : La cantidad de dólares empleados en la producción de las x onzas de oro, representado por $C(x)$, y según la redacción es una variable dependiente.
- O_3 : La evaluación de una razón de cambio del costo respecto al número de onzas producidas y representado simbólicamente por $C'(800) = 17$ (concepto).

Observemos dos aspectos importantes. En primer lugar, en la situación presentada, carece de información respecto a la regla de correspondencia de la función de costo. En segundo lugar, desconocemos el valor del costo cuando se producen las 800 onzas de oro. A pesar de estas limitaciones, podemos representar las variables dependiente C y la independiente x de manera tabular (concepto) mediante:

Tabla 4.1: Situación - problema 1

Variable independiente	Variable dependiente
x	$C(x)$
800	$C(800)$
801	$C(801)$

Fuente: Elaboración propia.

Asumiremos una aproximación del cálculo de la derivada de la función costo dependiente del número de onzas producidas cuando éstas se incrementan desde la producción de 800 hasta las 801 onzas de oro.

$$C'(800) \approx \frac{C(801) - C(800)}{801 - 800} \approx \frac{\Delta C}{1} \approx \frac{17}{1} \text{ (procedimiento)}$$

Con este resultado, podemos interpretar que:

Si la cantidad de onzas de oro producidas de 800 onzas se incrementa en una unidad (esto es, producir 801 onzas), entonces el costo se incrementa en 17 dólares aproximadamente (proposición).

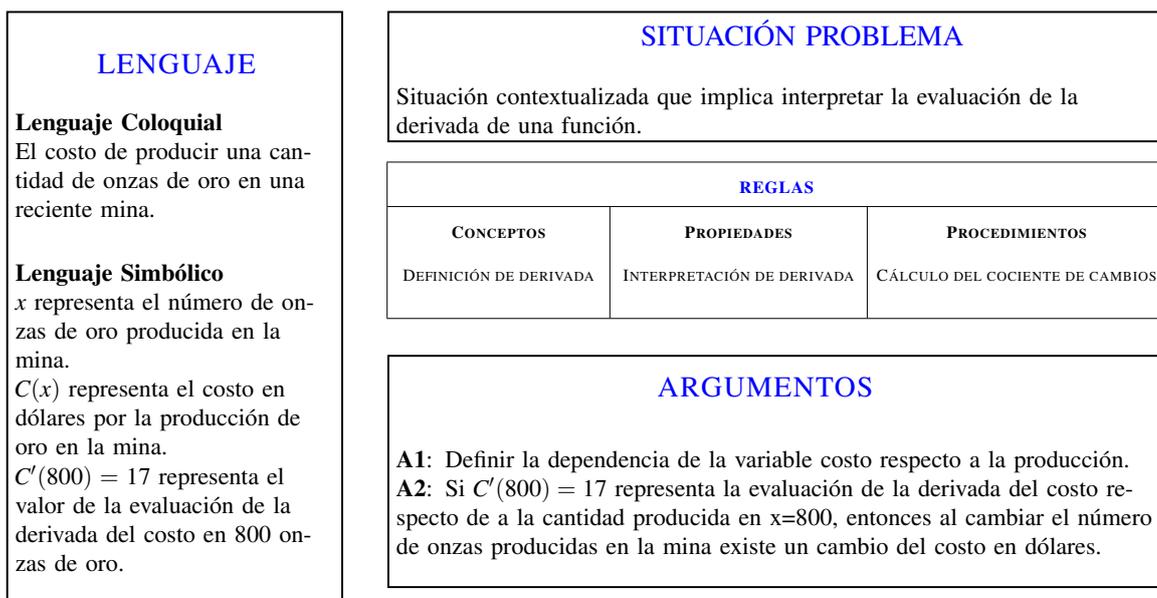


Figura 4.1: Configuración epistémica de la situación problema 1 (Font, V. y Godino, J. D., 2006).

4.3. Análisis ontosemiótico y la Teoría fundamentada de la situación problema 1.

4.3.1. Análisis de las respuestas de los estudiantes A1, A2 y A5

Las respuestas proporcionadas por los estudiantes referida a la situación problema 1, carecen de coherencia en comparación con la configuración epistémica institucional. A pesar de este hecho, es posible analizar los significados atribuidos en la interpretación mostrada podemos sugerir intervenciones para la mejora de los futuros diseños y planificación de las sesiones, centrándonos en el nivel cognitivo y epistémico, mediante ejercitación y modelización.

Tabla 4.2: Tabla de respuestas de los estudiantes A1, A2 y A5

Código	Respuesta de los estudiantes
A1	$C'(800) = 17$ Significa que por cada 800 onzas de oro el costo será de \$17.
A2	El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares.
A5	$C'(800) = 17$ Producir 800 onzas de oro saldría 17 dólares.

Fuente: Evaluación escrita de los estudiantes A1, A2 y A5.

Análisis en referencia a los objetos primarios:

- Este grupo de estudiante con respuestas afines, asocian significados de la producción, aunque las variables, no se declara de manera enfática.
- Se evidencia un conflicto semiótico al utilizar expresiones como "por cada 800 onzas" o "el costo de producir 800 onzas de oro", podría interpretarse como si se refiriera a un evento adicional en las próximas 800 onzas
- Los estudiantes identifican la unidad de medida de la producción (onzas de oro), podemos afirmar que reconoce la variable producción (x).
- Se identifica la variable de costo de producción así como su unidad monetaria en dólares o a través del símbolo \$ en la situación problema 1.
- Los estudiantes evidencian un conflicto semiótico: no reconocen el objeto matemático "derivada", y erróneamente lo interpreta como función costo.
- No se reconoce la razón de cambio propuesta y no puede atribuir los cambios del costo.

4.3.2. Codificación de las respuestas de A1, A2 y A5 según la teoría fundamentada

- Selección de datos recogidos por similitud de significados: estudiantes A1, A2 y A5.

$T_1 = T(A1)$: Significa que por cada 800 onzas de oro el costo será de \$17.

$T'_1 = T(A2)$: El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares.

$T''_1 = T(A5)$: $C'(800) = 17$ Producir 800 onzas de oro saldría 17 dólares.

Notamos que las tres respuestas tienen significados similares, luego $T_1 \approx T'_1 \approx T''_1$

- Descomponemos un texto que representa al grupo. Hacemos una partición del texto T_1 ; tal que $T_1 = T_{11} \cup T_{12}$, en donde

T_{11} : Significa que, por cada 800 onzas de oro

T_{12} : el costo será de \$17.

- Reconocemos las habilidades asociadas a la partición anterior.

Del texto escrito T_{11} , asociamos las siguientes habilidades:

- H_{11} : Reconoce la variable producción
- H_{12} : Utiliza la unidad de medida de la producción
- H_{13} : Identifica la producción inicial

Del texto escrito T_{12} asociamos las siguientes habilidades:

- H_{14} : Relaciona variables.
- H_{15} : Discrimina la función costo, de la derivada (o razón de cambio) respecto a la producción.
- H_{16} : Reconoce la variable costo de producción
- H_{17} : Utiliza la unidad de medida del costo.

- Categorizamos y elaboramos un esquema que evidencien las habilidades expuestas.

Del análisis de las habilidades que emergen del dato recopilado asociado al texto escrito T_1 , establecemos una categorización genérica en

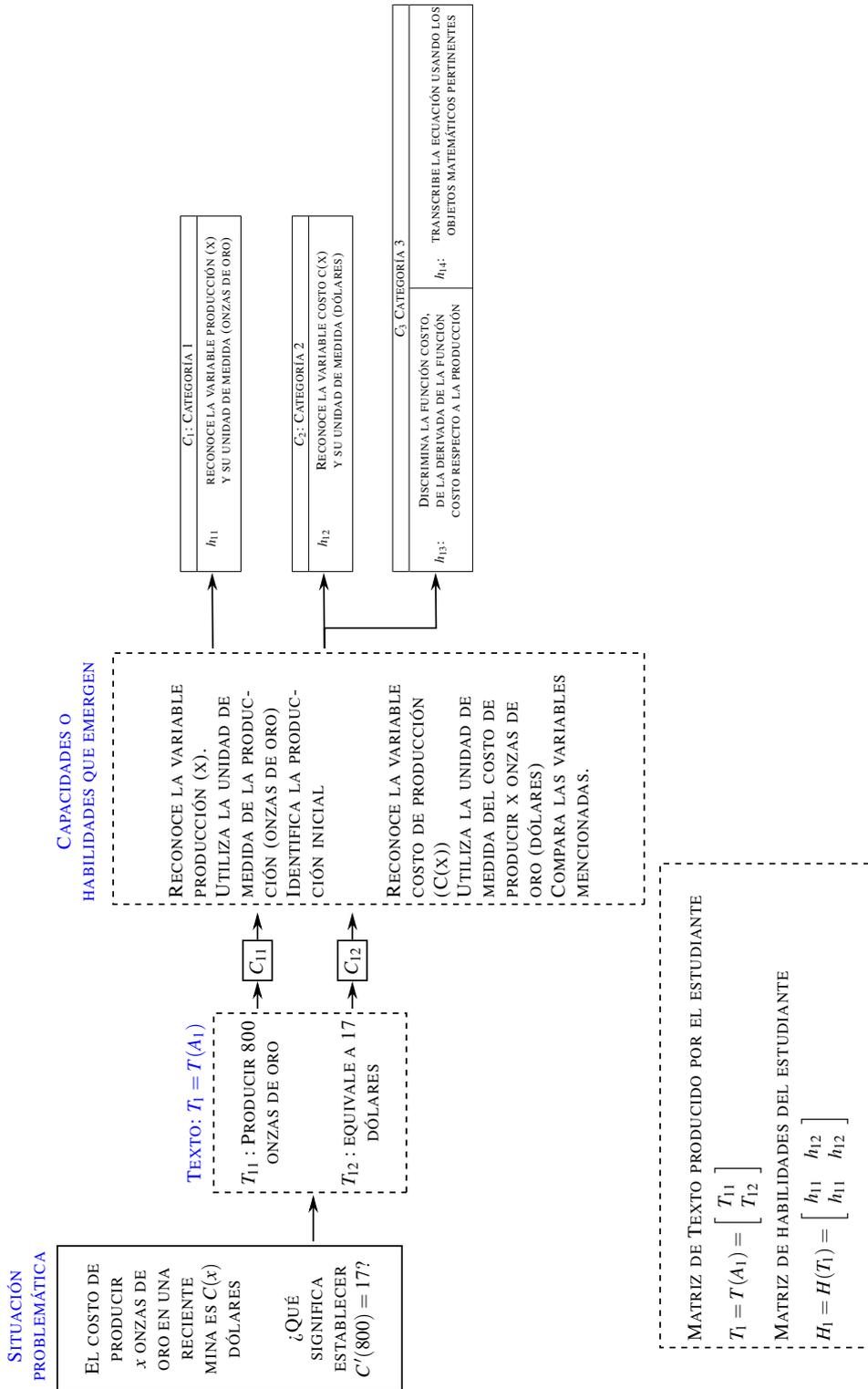


Figura 4.2: Codificación y categorías que emergen de los datos de A1, A2 y A5 según la teoría fundamentada.

4.3.3. Análisis de las respuestas de los estudiantes A49 y A51.

Tabla 4.3: Tabla de respuestas de los estudiantes A49 y A51

Código	Respuesta
A49	La derivada de 800 onzas de oro es 17.
A51	Significa que la primera derivada del costo al producir 800 onzas de oro es 17.

Elaboración propia

Respecto a los objetos primarios:

- La variable producción no se expresa claramente, pero reconoce la producción actual de forma eficiente.
- El dato muestra una competencia personal eficiente en la identificación de la unidad de medida de la producción (onzas de oro).
- En la información se reconoce la variable costo de producción, pero no tiene una competencia personal eficiente en la identificación de la unidad de medida del costo (dólares).
- Reconoce en la ecuación el objeto matemático derivada, pero solo decodifica la ecuación o solo la lee.
- El estudiante no reconoce el cambio en la producción ni los cambios del costo.

4.3.4. Codificación de las respuestas de A49 y A51 según la teoría fundamentada

- Selección de datos recogidos por similitud de significados: estudiantes A49 y A51.

T_2 : Significa que la primera derivada del costo al producir 800 onzas de oro es 17.

T'_2 : La derivada de 800 onzas de oro es 17.

De la tabla de resultados notamos que $T_2 \approx T'_2 \approx T''_2$, por tener significados similares.

- Descomposición del texto representativo. Hacemos una partición del texto $T_2 = T_{21} \cup T_{22}$
 - T_{21} : la primera derivada del costo $\approx T'_{21}$: la derivada

- T_{22} : al producir 800 onzas de oro es 17 $\approx T'_{22}$: de 800 onzas de oro es 17.
- Reconocemos las habilidades asociadas a la partición del texto escrito.
 - H_{18} : Transcribe la ecuación usando los objetos matemáticos pertinentes.
 - H_{15} : Discrimina la función costo, de la derivada (o razón de cambio) respecto a la producción.

Reconocer las habilidades asociadas al texto escrito T_{22}

- H_{11} : Reconoce la variable producción
- H_{12} : Utiliza la unidad de medida de la producción
- H_{14} : Reconoce la variable costo de producción
- H_{17} : Omite el uso de la unidad de medida del costo
- Representamos el análisis de las habilidades y categorías que emergen del dato recopilado asociado al texto escrito.

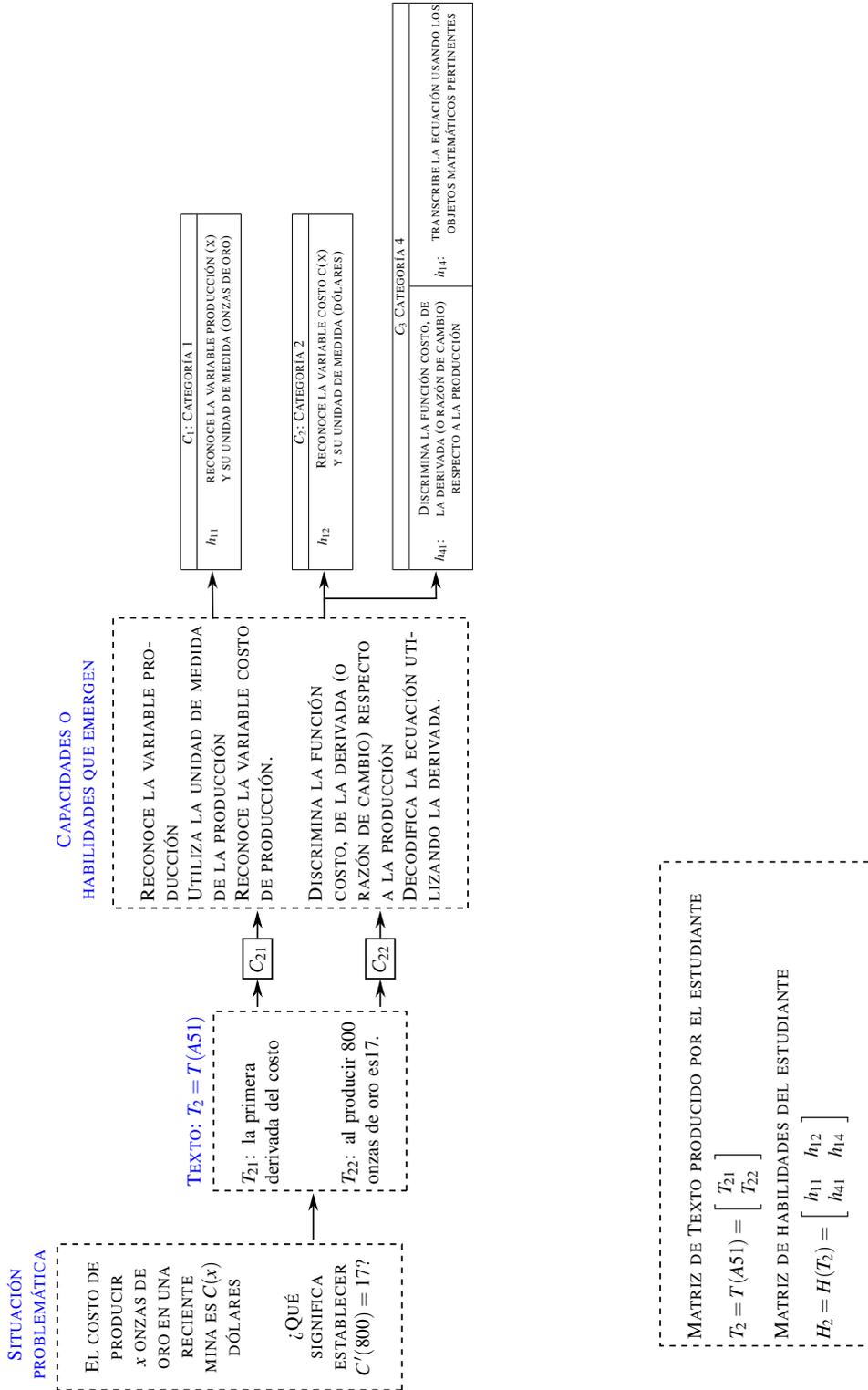


Figura 4.3: Codificación y categorías que emergen de los datos de A49 y A51 según la teoría fundamentada.

4.3.5. Análisis de las respuestas de los estudiantes A52, A54 y A56.

Tabla 4.4: Tabla de respuestas de los estudiantes A52, A54 y A56

Código	Respuesta
A52	Que la derivada de la función $C(800)$ dará como respuesta 17, es decir el costo marginal al producir 800 onzas será 17.
A54	El costo marginal de producir 800 onzas de oro es 17 dólares.
A56	Se refiere a que el costo marginal en 800 onzas de oro es 17 dólares.

Elaboración propia

Respecto a los objetos primarios:

- Aunque la variable de producción no está enfáticamente declarada, el estudiante logra reconocer la producción actual.
- El estudiante identifica eficientemente la unidad de medida de la producción, que es onzas de oro.
- El estudiante reconoce la variable de costo de producción, pero no identifica la unidad de medida del costo en dólares, lo que indica que su competencia personal respecto a la variable dependiente está en el nivel inicial.
- El estudiante reconoce la presencia de la fórmula matemática derivada en el problema, pero solo decodifica o lee la ecuación sin comprender su significado.
- Al declarar que el costo marginal de producir 800 onzas de oro será 17, el estudiante reconoce la variable de costo marginal derivada de la función de costo, pero no aclara los cambios en la producción ni los cambios del costo en dólares.

4.3.6. Codificación de las respuestas de A52, A54 y A56 según la teoría fundamentada

1. Codificando las respuestas de los textos presentados:

T_3 : El costo marginal de producir 800 onzas de oro es 17 dólares.

T'_3 : Que la derivada de la función $C(800)$ dará como respuesta 17, es decir el costo marginal al producir 800 onzas será 17.

T_3'' : Se refiere a que el costo marginal en 800 onzas de oro es 17 dólares.

2. Descomposición de los textos seleccionados.

Hacemos una partición del texto $T_3 = T_{31} \cup T_{32} \cup T_{33}$,

- T_{31} : El costo marginal
- T_{32} : de producir 800 onzas de oro
- T_{33} : es 17 dólares

3. Reconocimiento de habilidades. Del texto escrito (T_{31}): El costo marginal

- H_{10} : Discrimina la función el costo marginal, de la función costo.

4. Del texto escrito T_{32} : de producir 800 onzas de oro.

- H_{11} : Reconoce la variable producción
- H_{12} : Utiliza la unidad de medida de la producción
- H_{13} : Identifica la producción inicial

5. Del texto escrito (T_{33}): es 17 dólares

- H_{16} : Reconoce la variable costo
- H_{17} : Utiliza la unidad de medida del costo

6. Representamos el análisis de las habilidades y categorías que emergen de los datos asociados al texto escrito T_3 .

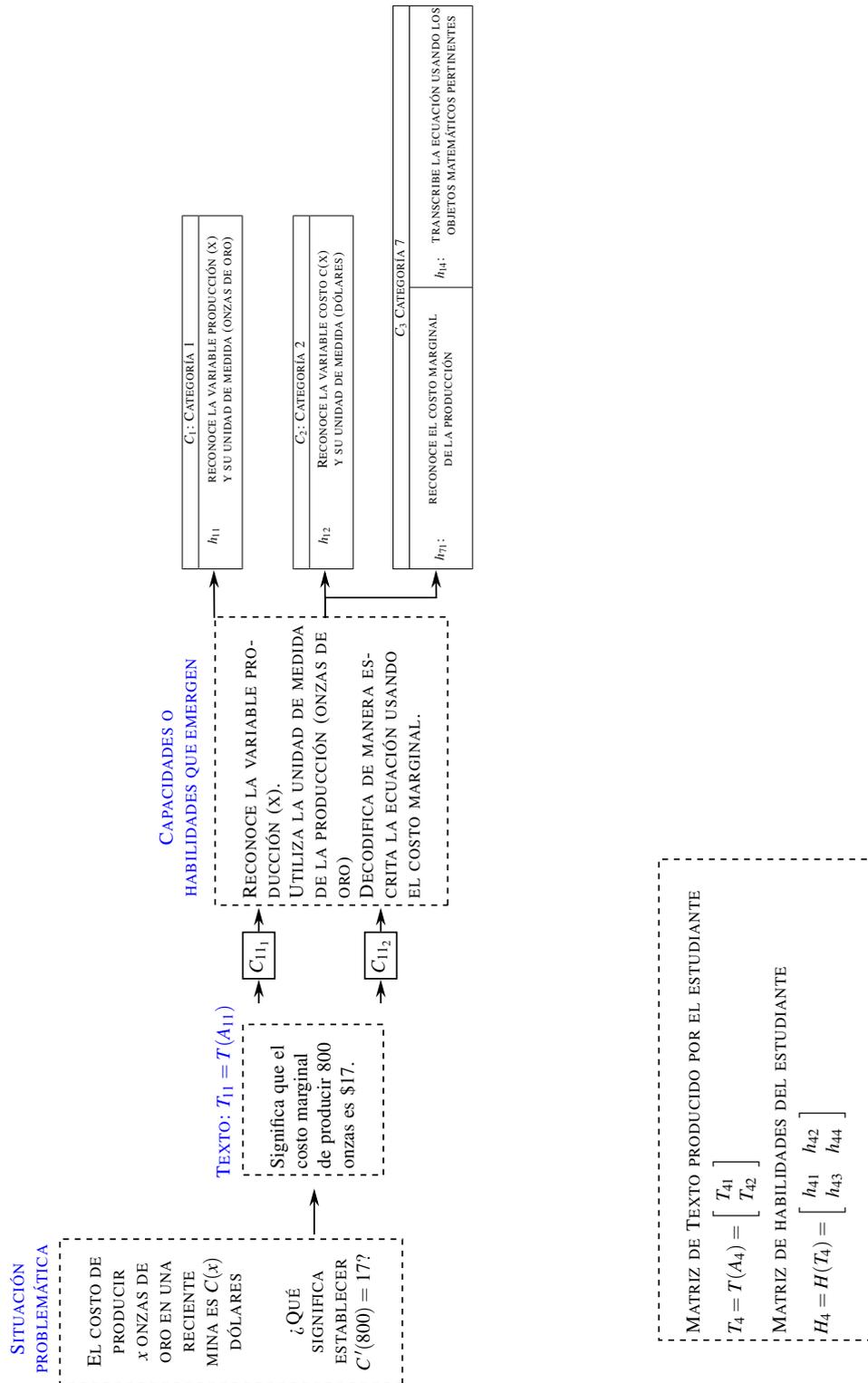


Figura 4.4: Codificación y categorías que emergen de los datos de A52, A54 y A56 según la teoría fundamentada.

4.3.7. Análisis del desarrollo de la competencia matemática según la categorización de datos de la situación problema 1

En esta sección, planteamos una modificación en la representación esquemáticamente de la configuración epistémica al vincular el desarrollo de la competencia matemática, respaldado por datos (o respuestas) relacionados según la teoría fundamentada.

El criterio de categorización de los datos, en este trabajo se priorizó el significado de los objetos matemáticos de esta manera:

S_{11} : A partir de la proposición, reconoce las variables que se pide relacionar

$$S_{11} = H_{11} \cup H_{12} \cup H_{13}$$

S_{21} : Reconoce la derivada de la función

$$S_{11} = H_{15}$$

S_{22} : Reconoce la marginalidad de la función costo.

$$S_{11} = H_{19}$$

S_{23} : Decodifica de manera escrita la ecuación propuesta.

$$S_{11} = H_{18}$$

S_{31} : A partir de la ecuación, interpreta los valores numéricos usando la noción razón de cambio de las variables involucrada

$$S_{31} = H_{13} \cup H_{20} \cup H_{21}$$

H_{13} : Identifica la producción inicial

H_{20} : Calcula la variación de la producción de oro H_{21} : Explica el incremento del costo por unidad de producción

S_{32} : A partir de la ecuación, interpreta los valores numéricos usando el análisis marginal según el contexto

$$S_{32} = H_{13} \cup H_{31} \cup H_{32}$$

H_{13} : Identifica la producción inicial

H_{31} : Estima la onza adicional producida después (o antes) de las 800 onzas

H_{32} : Explica describe el significado del Costo marginal al fabricar Una unidad adicional, ya sea después o antes de alcanzar las 800 unidades.

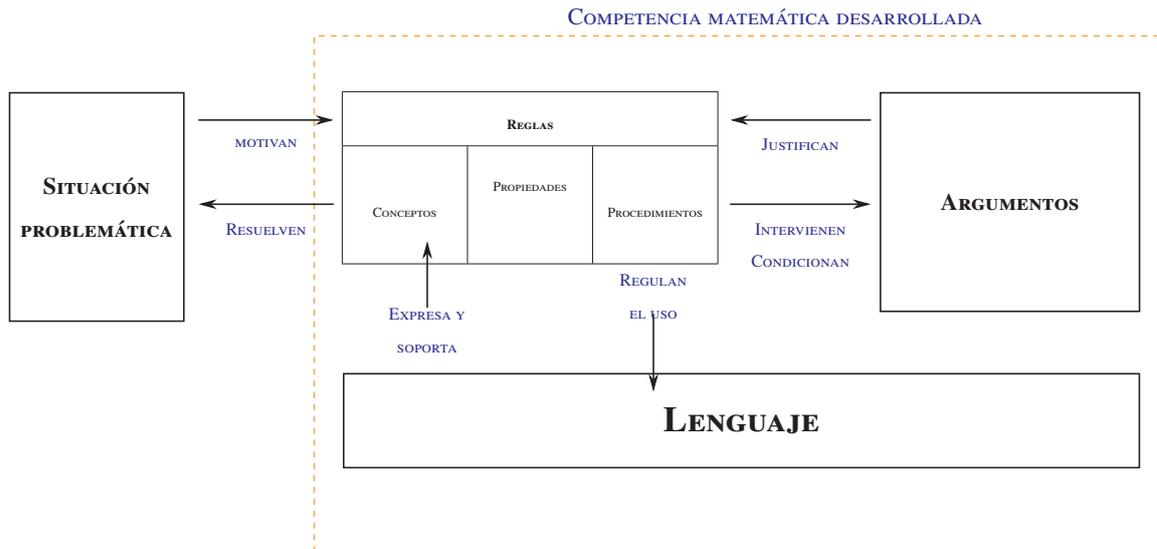
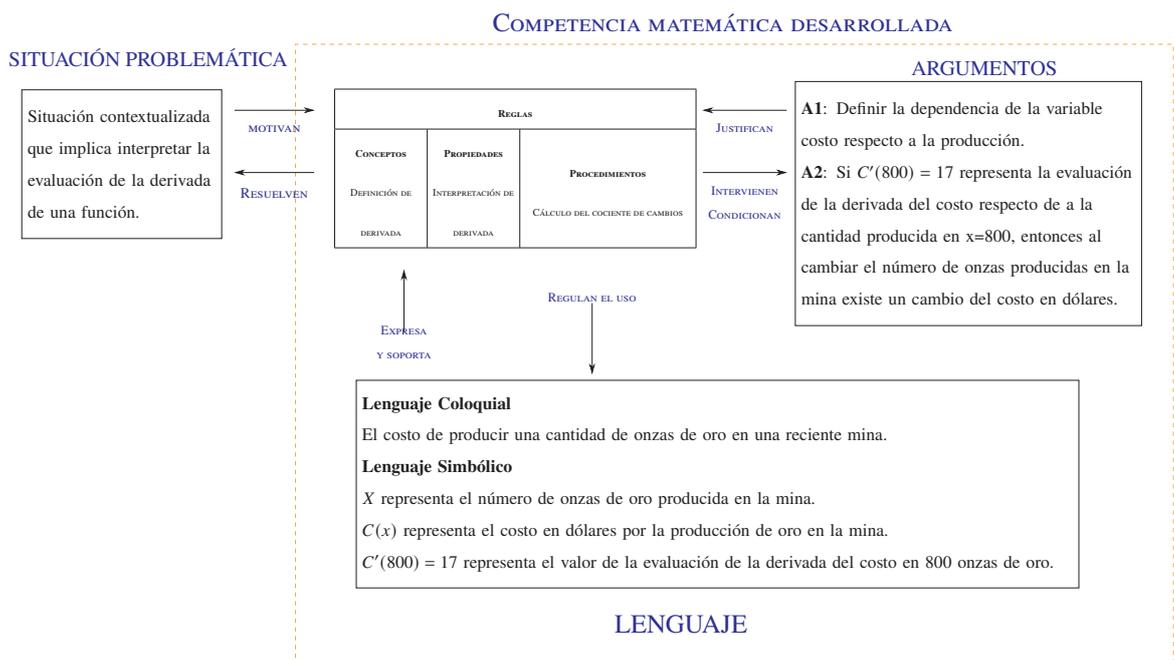


Figura 4.5: Adaptación del esquema de la configuración epistémica, componentes y relaciones (Font, V. y Godino, J. D., 2006).



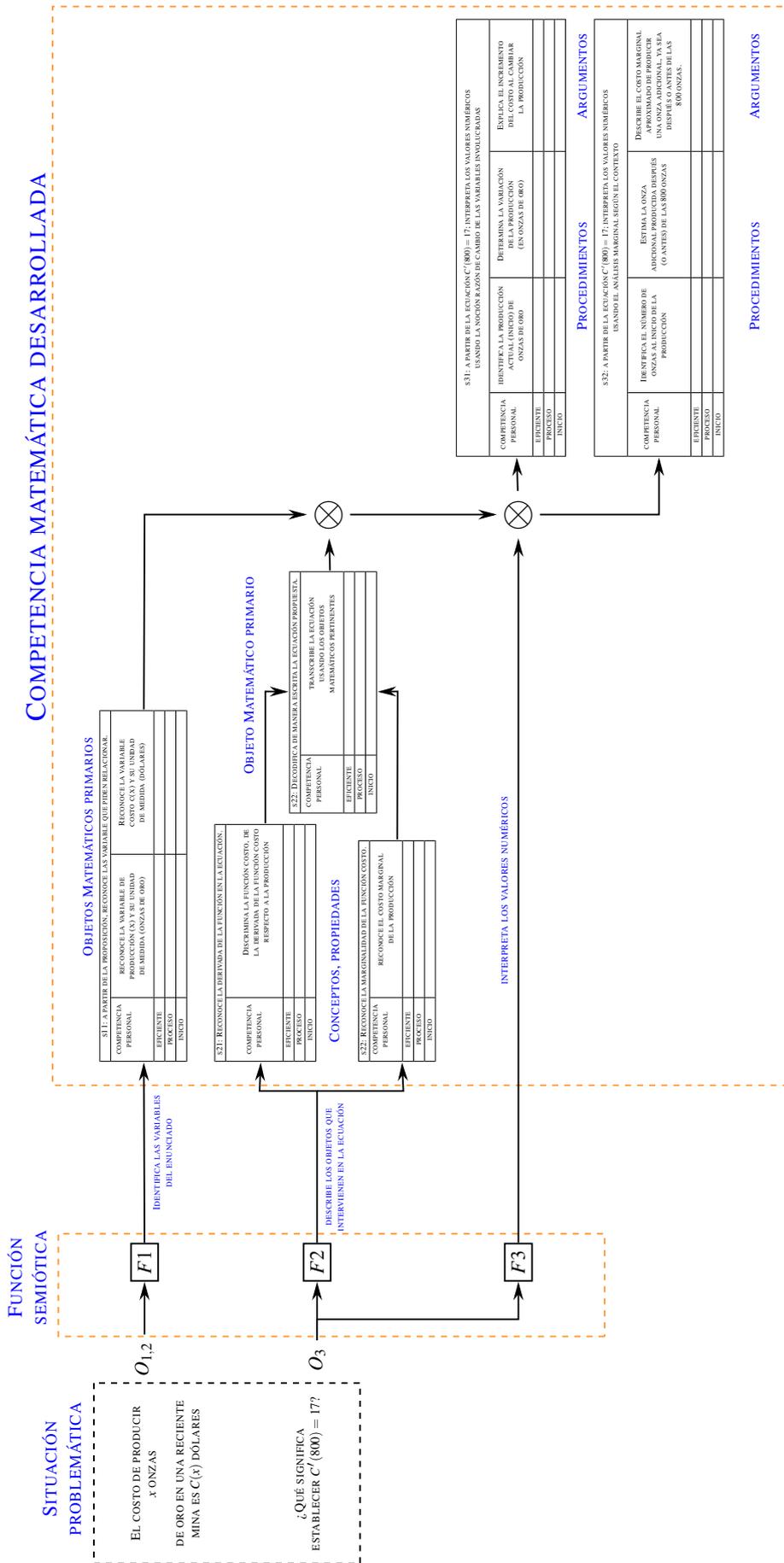


Figura 4.6: Análisis de la Competencia Matemática Desarrollada en la situación problema 1.

4.4. Configuración epistémica según el EOS de la Situación problema 2

Situación problema 2 La producción P (unidades), de una empresa, depende de la mano de obra L (medida en horas hombre por semana) y de la inversión del capital K (medida en miles de soles). Además, se cumple que $\frac{\partial P}{\partial K}$ toma el valor de 25 cuando $L = 80$ y $K = 7$. En un contexto económico, interprete los datos mostrados.

Resolución desde una perspectiva institucional

Del texto reconocemos los siguientes objetos matemáticos primarios:

- O_1 : La cantidad de horas hombres por semana, de la mano de obra utilizados en la producción de la empresa, representado por la variable L , y según el contexto es una variable independiente.
- O_2 : La cantidad de miles de dólares de capital que se invierte en la producción de la empresa, representado por K , y según la redacción es la segunda variable independiente.
- O_3 : La cantidad de unidades producidas en la empresa, representado por P , y según la redacción es la variable dependiente.
- O_4 : La evaluación de la razón con la que cambia la producción cuando cambia la inversión de capital manteniendo constante la mano de obra; cuando los valores iniciales de $L = 80$ y $K = 7$; representado simbólicamente por $\frac{\partial P}{\partial K}$ y según el contexto se pretende interpretar una definición.

Consideremos una aproximación del cambio de la producción cuando la inversión el capital se incrementa de $K = 7$ miles de dólares, en una unidad de mil dólares adicionales, manteniendo constante la mano de obra en $L = 80$ horas hombres por semana, luego en dicha situación podemos representarla $\frac{\partial P}{\partial K}$ en forma tabular (concepto), mediante

Tabla 4.5: Situación - problema 2

Variable independiente	Variable independiente	Producción
L	K	$P(L; K)$
80	7	$P(80; 7)$
80	8	$P(80; 8)$

Fuente: Elaboración propia.

$$\frac{\partial P}{\partial K} \approx \frac{P(80; 8) - P(80; 7)}{8 - 7} \approx \frac{\Delta P}{\Delta K} \approx \frac{25}{1} \text{ (procedimiento)}$$

Con este resultado, podemos interpretar que:

Si la cantidad de inversión de capital se incrementa de 7 mil dólares hasta 8 mil dólares y se mantiene constante la mano de obra en 80 horas hombres semanales, entonces la producción se incrementa en 25 unidades aproximadamente (proposición).

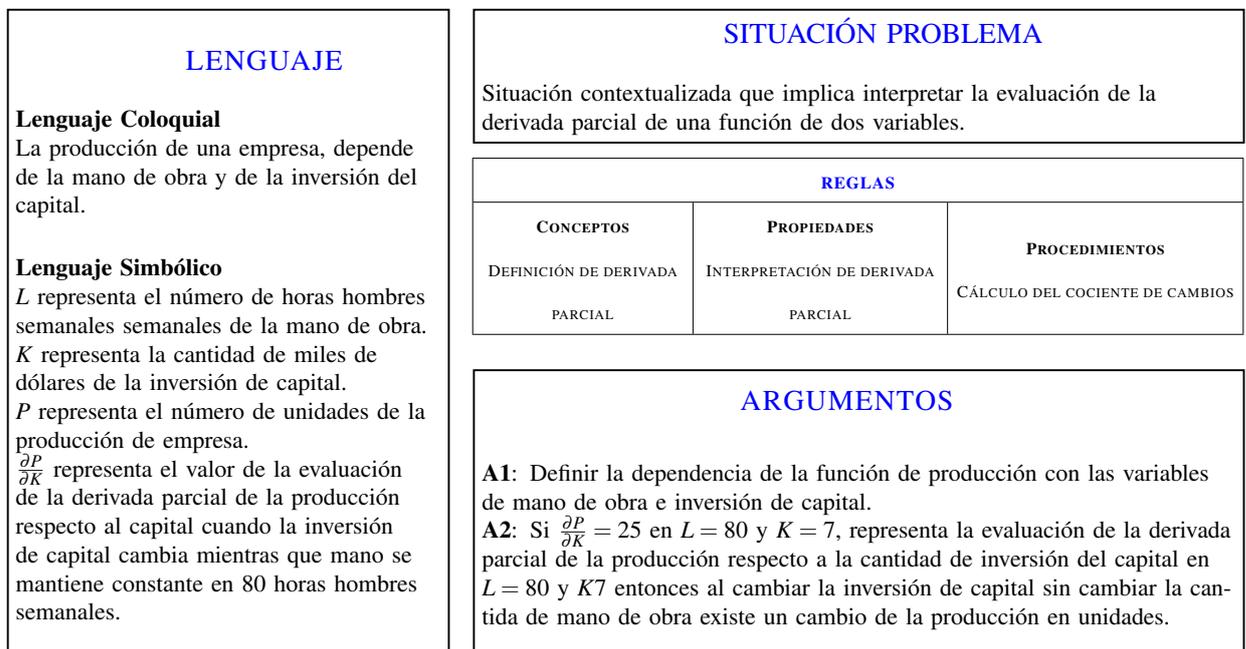
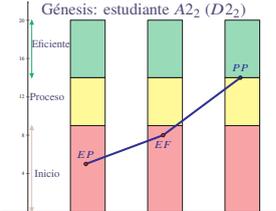
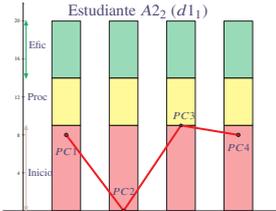
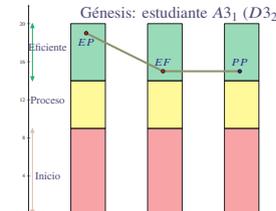
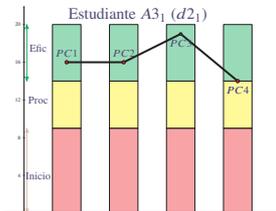
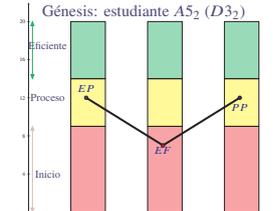
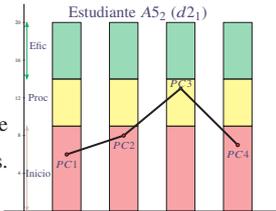


Figura 4.7: Configuración epistémica de la situación problema 2 (Font, V. y Godino, J. D., 2006).

4.5. Análisis ontosemiótico y la Teoría fundamentada de la situación problema 2.

4.5.1. Análisis de las respuestas de los estudiantes A1, A2 y A5

Tabla 4.6: Registro Estudiantil A1, A2 y A5 y Desempeño Académico.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A1	 <p>Génesis: estudiante A2₂ (D2₂)</p>	$C'(800) = 17$ Significa que por cada 800 onzas de oro el costo será de \$17	 <p>Estudiante A2₂ (d1₁)</p>	$\partial p / \partial k = 25$ $L = 80$ $K = 7$ que por cada producción que aumenta, a un tiempo de 80 horas-hombre la ganancia será como mínimo de S/. 7000
A2	 <p>Génesis: estudiante A3₁ (D3₂)</p>	El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares	 <p>Estudiante A3₁ (d2₁)</p>	$\Delta \text{Real} = 25 - 80 = -55$ Al hacer la variación real final menos el inicial me da una pérdida de 55 miles de soles.
A5	 <p>Génesis: estudiante A5₂ (D3₂)</p>	$C'(800) = 17$ Producir 800 onzas de oro saldría 17 dólares.	 <p>Estudiante A5₂ (d2₁)</p>	Si la demanda de la inversión del capital aumenta, el precio (capital) aumenta, manteniendo la mano de obra constante.

Elaboración propia

Respecto a los objetos primarios de la situación problema 2:

- El estudiante A1: Identifica la unidad de medida de la inversión de capital, expresada en miles de soles, pero experimenta dificultades para discernir entre invertir en la producción y obtener una ganancia mínima.
- El estudiante A1: Enuncia un conflicto semiótico al vincular el tiempo con el concepto de mano de obra, ya que reconoce las unidades de trabajo en términos de horas hombres.
- El estudiante A1: Destaca la variable de producción al mencionarla, pero no detalla su conexión con las demás variables.
- El estudiante A1: Propone el aumento en la producción con la conexión errada de otras variables como tiempo y/o ganancia.

- El estudiante A2: Propone una pérdida en la inversión de capital al mencionar la cifra en miles de soles, pero no distingue entre gastos en la producción y sufrir una pérdida.
- El estudiante A2: Trata de establecer una relación entre el aumento en la producción, pero comete un error al conectar los resultados de la derivada parcial con la cantidad de mano de obra.
- El estudiante A5: Establece un conflicto semiótico al vincular el aumento de la demanda con el aumento de la inversión de capital, pero reconoce que la mano de obra se mantiene constante.

4.5.2. Análisis de las respuestas de los estudiantes A49 y A51

Tabla 4.7: Registro Estudiantil A49 y A51 y Desempeño Académico.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A49	<p>Génesis: estudiante A49₂ (D1₁)</p>	La derivada de 800 onzas de oro es 17.	<p>Estudiante A49₂ (d1₁)</p>	Por cada 80 horas de la mano de obra y la inversión de 7000 soles de capital la producción será 25 unidades.
A51	<p>Génesis: estudiante A51₂ (D2₂)</p>	Significa que la primera derivada del costo al producir 800 onzas de oro es 17.	<p>Estudiante A51₂ (d1₁)</p>	$\frac{\partial P}{\partial K} = 25$, cuando $L=80, K=7$ Significa en un contexto económico que su producción depende siempre de su capital quiere decir que su capital puede variar y la producción también varía, por consecuencia, la mano de obra tiene que ser constante sólo puede variar K porque es producción respecto a K.

Elaboración propia

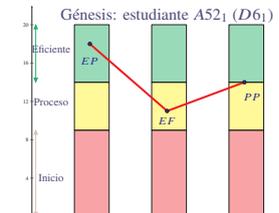
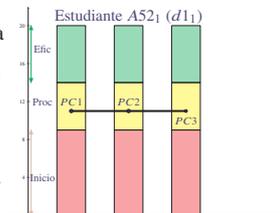
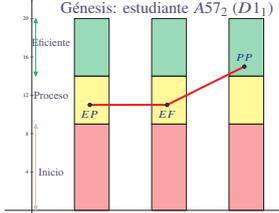
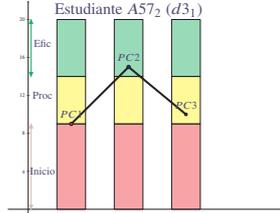
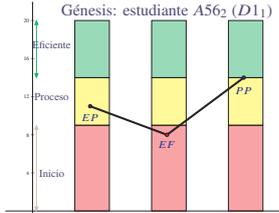
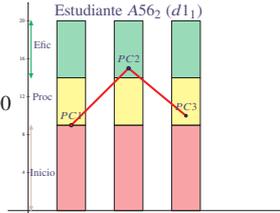
Respecto a los objetos primarios de la situación problema 2:

- El estudiante A49: Identifica la unidad de medida de la inversión de capital, convertida en soles y lee el dato dado.
- El estudiante A49: Al enunciar *por cada 80 horas de mano de obra*, reconoce las unidades de trabajo en términos de horas hombres, pero se evidencia un conflicto semiótico ya que la variable mano de obra no puede cambiar en tramos de 80 horas ya que en la igualdad, L debe ser constante.

- El estudiante A49: Propone refiere que la producción se da en unidades.
- El estudiante A49: No reconoce la derivada parcial de una función de dos variables, y traduce de manera incorrecta el valor que asume la derivada parcial de la producción al mencionar 25, con el valor que asume la producción.
- El estudiante A51: Del enunciado no se evidencia que reconozca las unidades de medida de la variable inversión de capital y de la mano de obra.
- El estudiante A51: Reconoce en la ecuación diferencial parcial que la producción cambia conforme cambia el capital y enfatiza que la mano de obra debe ser constante.
- El estudiante A51: Traduce la ecuación diferencial parcial, y describe a la función de producción y el cambio de la producción.

4.5.3. Análisis de las respuestas de los estudiantes A52, A54 y A56

Tabla 4.8: Registro Estudiantil A52, A54 y A56 y Desempeño Académico.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A52	 <p>Génesis: estudiante A52₁ (D6₁)</p>	<p>Que la derivada de la función $C(800)$ dará como respuesta 17, es decir el costo marginal al producir 800 onzas será 17.</p>	 <p>Estudiante A52₁ (d1₁)</p>	<p>Si la inversión del capital varía de 7000 soles a 8000 soles y la mano de obra permanece constante, la producción aumentará aproximadamente en 25 unidades.</p>
A54	 <p>Génesis: estudiante A54₂ (D1₁)</p>	<p>El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares</p>	 <p>Estudiante A54₂ (d3₁)</p>	<p>La producción con respecto al capital invertido da una producción de 25 unidades cuando la mano de obra es 80h/semana y el capital es de 7000 soles.</p>
A56	 <p>Génesis: estudiante A56₂ (D1₁)</p>	<p>Se refiere a que el costo marginal en 800 onzas de oro es 17 dólares.</p>	 <p>Estudiante A56₂ (d1₁)</p>	<p>La empresa depende de la mano de obra, la cual es medida en horas hombre semanalmente y de la inversión del capital, para generar la producción, que es medida en unidades.</p>

Elaboración propia

Respecto a los objetos primarios de la situación problema 2:

- El estudiante A52: Reconoce el valor inicial de la inversión de capital
- El estudiante A52: Reconoce el valor inicial de la mano de obra y la unidad de medida, expresada en horas hombres.
- El estudiante A52: Describe el cambio de la producción al cambiar la inversión del capital y mantener la mano de obra constante.
- El estudiante A57: Reconoce el valor inicial de la inversión de capital, pero expresa que ésta variable cambia.
- El estudiante A57: Reconoce el valor inicial de la mano de obra y la unidad de medida, expresada en horas hombres, pero no expresa que ésta variable debe permanecer constante.
- El estudiante A57: Decodifica la ecuación con derivadas parciales y el valor inicial de las variables, pero no establece la relación del cambio de la producción, para ciertos cambios de la inversión de capital o de la mano de obra.
- El estudiante A56: Reconoce el valor inicial de la mano de obra y la unidad de medida, expresada en horas hombres, pero no expresa que ésta variable debe permanecer constante.
- El estudiante A56: Trata de relacionar los términos que intervienen en la ecuación con derivadas parciales, pero no establece la relación del cambio de la producción, para ciertos cambios de la inversión de capital o de la mano de obra.

4.5.4. Codificación según la teoría fundamentada de los estudiantes A52 de la situación problema 2

Codificando las respuestas del estudiante A52.

$T_1 = T(A52)$: Si la inversión del capital varía de 7000 soles a 8000 soles y la mano de obra permanece constante, la producción aumentará aproximadamente en 25 unidades.

Hacemos una partición del texto $T_1 = T_{11} \cup T_{12} \cup T_{13}$

- T_{11} : Si la inversión del capital varía de 7000 soles a 8000 soles
- T_{12} : y la mano de obra permanece constante
- T_{13} : la producción aumentará aproximadamente en 25 unidades.

Reconocimiento de las habilidades asociadas al texto escrito T_{11}

- H_{11} : Reconoce la variable inversión de capital.
- H_{12} : Utiliza la unidad de medida de la inversión de capital.
- H_{13} : Reconoce el cambio de la variable inversión de capital.

Reconocimiento de las habilidades asociadas al texto escrito T_{12}

- H_{14} : Reconoce la variable mano de obra
- H_{15} : No utiliza la unidad de medida de la variable mano de obra.
- H_{16} : Describe la condición que debe cumplir la variable mano de obra en la ecuación propuesta.

Reconocimiento de las habilidades asociadas al texto escrito T_{13}

- H_{17} : Discrimina la función producción de productividad marginal o de la tasa de cambio de la producción respecto a la inversión de capital.
- H_{18} : Explica el cambio aproximado de la producción con las condiciones que definen la derivada parcial.

4.5.5. Codificación según la teoría fundamentada de los estudiantes A54 de la situación problema 2

Codificando las respuestas del estudiante A57.

$T_2 = T(A57)$: La producción con respecto al capital invertido da una producción de 25 unidades cuando la mano de obra es 80h-h/semana y el capital es de 7000 soles.

Hacemos una partición del texto $T_1 = T_{11} \cup T_{12} \cup T_{13}$

- T_{11} : La producción con respecto al capital invertido da una producción de 25 unidades
- T_{12} : cuando la mano de obra es 80h-h/semana
- T_{13} : cuando el capital es de 7000 soles.

Reconocimiento de las habilidades asociadas al texto escrito T_{13}

- H_{11} : Reconoce la variable inversión de capital.
- H_{12} : Utiliza la unidad de medida de la inversión de capital.

Reconocimiento de las habilidades asociadas al texto escrito T_{12}

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

La producción P (unidades), de una empresa, depende de la mano de obra L (medida en horas hombre por semana) y de la inversión del capital K (medida en miles de soles). Además, se cumple que $\frac{\partial P}{\partial K}$ toma el valor de 25 cuando $L = 80$ y $K = 7$. En un contexto económico, interprete los datos mostrados.

TEXTO: $T_1 = T(A52)$

- T_{11} : SI LA INVERSIÓN DEL CAPITAL VARÍA DE 7000 SOLES A 8000 SOLES
- T_{12} : LA MANO DE OBRA PERMANECE CONSTANTE
- T_{13} : LA PRODUCCIÓN AUMENTARÁ APROXIMADAMENTE EN 25 UNIDADES.

C_{11}

C_{12}

CAPACIDADES O HABILIDADES QUE EMERGEN

- RECONOCE LA UNIDAD DE MEDIDA DE LA VARIABLE CAPITAL (K).
- RECONOCE LA UNIDAD DE MEDIDA DE LA VARIABLE MANO DE OBRA (L)
- IDENTIFICA LA UNIDAD DE MEDIDA DE LA VARIABLE PRODUCCIÓN (UNIDADES)
- RECONOCE EL CAMBIO DE LA VARIABLE INVERSIÓN DE CAPITAL Y LA PRODUCCIÓN.
- DISCRIMINA LA FUNCIÓN PRODUCCIÓN DE PRODUCTIVIDAD MARGINAL.

h_{11} C_1 : CATEGORÍA 1
RECONOCE LA VARIABLE DE INVERSIÓN (K) Y SU UNIDAD DE MEDIDA (MILES DE SOLES)

h_{12} C_2 : CATEGORÍA 2
RECONOCE LA VARIABLE MANO DE OBRA L Y SU UNIDAD DE MEDIDA (DÓLARES)

h_{13} : DISCRIMINA LA FUNCIÓN PRODUCCIÓN, DE LA DERIVADA PARCIAL DE LA FUNCIÓN PRODUCCIÓN RESPECTO A LA PRODUCCIÓN C_3 : CATEGORÍA 3
 h_{14} : DESCRIBE EL INCREMENTO APROXIMADO DE LA PRODUCCIÓN

MATRIZ DE TEXTO PRODUCIDO POR EL ESTUDIANTE

$$T_1 = T(A52) = \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{12} \\ T_{13} \end{bmatrix}$$

MATRIZ DE HABILIDADES DEL ESTUDIANTE

$$h = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \end{bmatrix}$$

Figura 4.8: Codificación y categorías que emergen de los datos de A52 según la teoría fundamentada.

- H_{13} : Reconoce la variable mano de obra
- H_{14} : Utiliza la unidad de medida de la variable mano de obra.

Reconocimiento de las habilidades asociadas al texto escrito T_{11}

- H_{17} : Discrimina la función producción de la productividad marginal o de la tasa de cambio de la producción respecto a la inversión de capital.

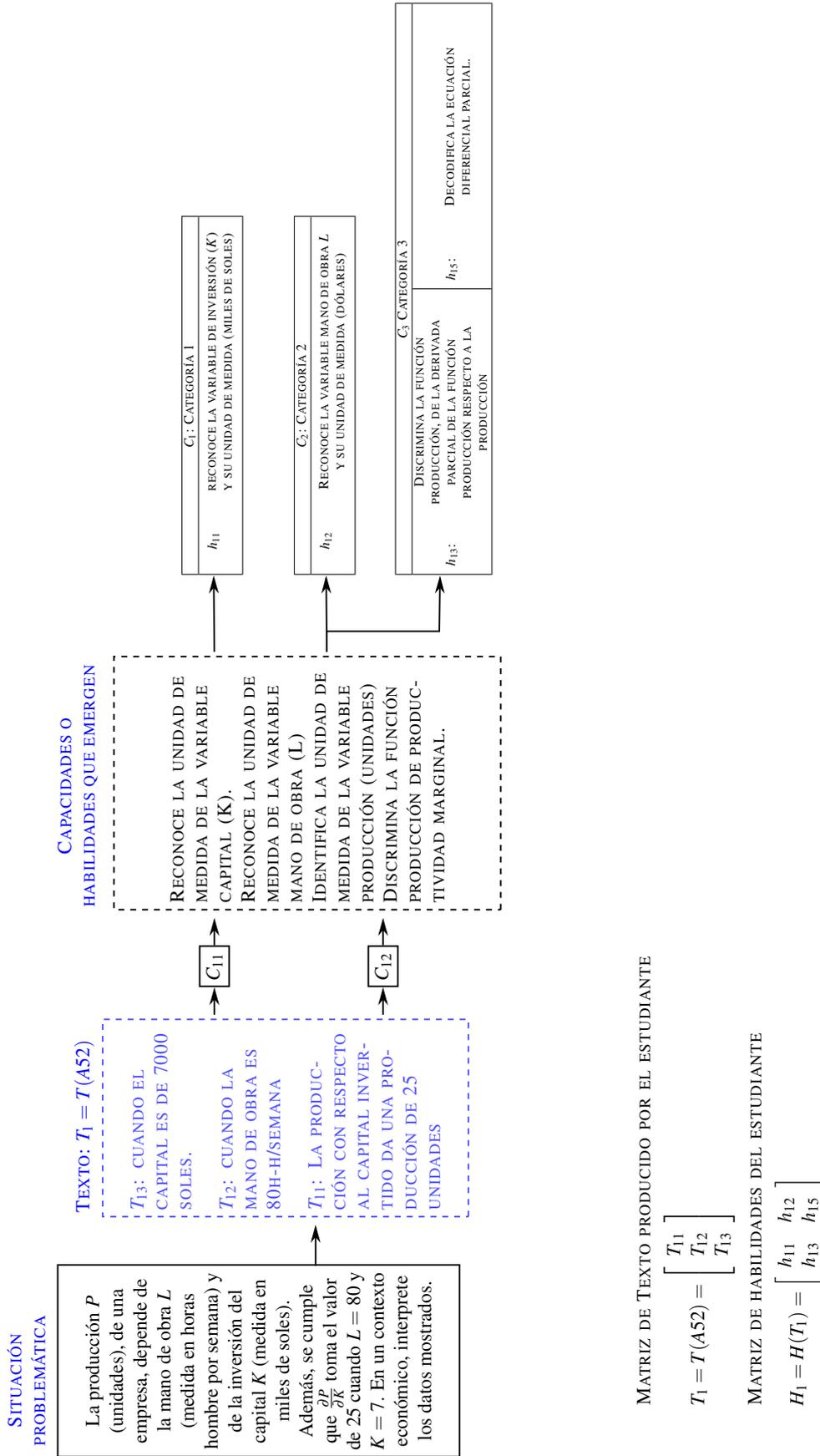


Figura 4.9: Codificación y categorías que emergen de los datos de A57 según la teoría fundamentada.

4.5.6. Análisis del desarrollo de la competencia matemática según la categorización de datos de la situación problema 2

En esta sección, se propone la representación esquemática del desarrollo de la competencia matemática considerando la configuración epistémica y la categorización de los datos (o respuestas) codificados según la teoría fundamentada de la situación problema 2.

El criterio de categorización de los datos, en este trabajo se priorizó el significado de los objetos matemáticos de esta manera:

S_{11} : A partir de la proposición, reconoce las variables independientes a relacionar.

$$S_{11} = H_{11} \cup H_{12} \cup H_{14}$$

S_{12} : Reconoce la noción de derivada parcial de la función

$$S_{12} = H_{17} \cup H_{18}$$

S_{13} : A partir de la ecuación $\frac{\partial P}{\partial K} = 25$; interpreta los valores numéricos

usando la noción de derivada parcial respecto a una de las variables involucradas

$$S_{13} = H_{17} \cup H_{18}$$

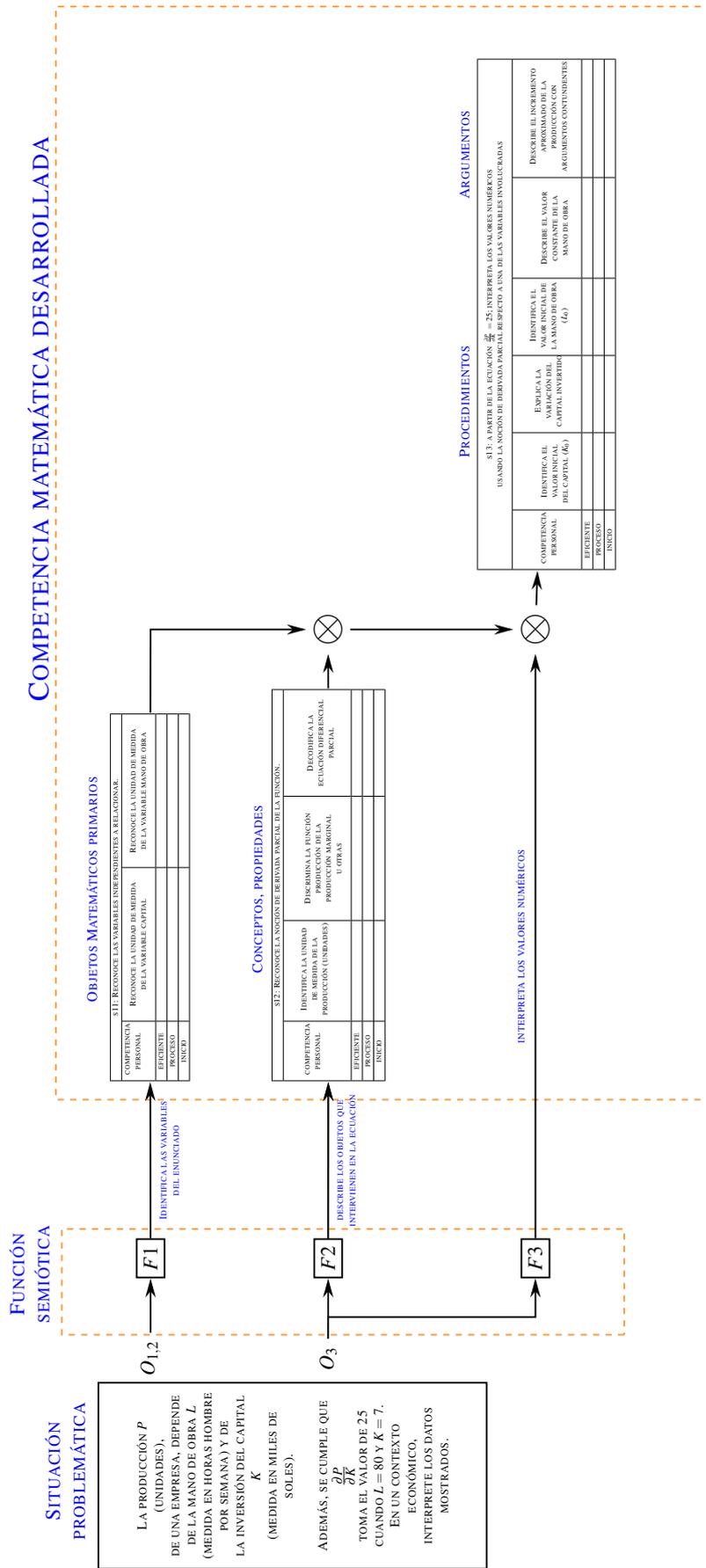


Figura 4.10: Análisis de la Competencia Matemática Desarrollada de la situación problema 2.

4.6. Clusters de los estudiantes analizados en las situaciones problema.

Dado que la muestra de estudiantes evaluados en las pruebas escritas es sustancialmente amplia, con un total de 111 de 129 participantes activos, es relevante destacar que solo 77 de ellos cumplen con la condición de haber completado la primera y la segunda prueba escrita. Los 77 estudiantes seleccionados fueron evaluados según el grado de cumplimiento de la competencia matemática personal en las situaciones problema examinadas en la investigación. La evaluación se realizó siguiendo una escala de desempeño que se detalla a continuación:

- Nivel 3: Indica un grado eficiente de competencia personal.
- Nivel 2: Denota un nivel de competencia personal en proceso.
- Nivel 1: Representa una competencia personal en etapa inicial.

Además, se decidió seleccionar $K = 3$ clusters (agrupamientos), lo que facilita la formación de tres conjuntos diferentes de estudiantes: :

- Grupo 01, representa al grupo de estudiantes con un nivel de competencia destacado.
- Grupo 02, representa a los estudiantes con un nivel de competencia matemática intermedia.
- Grupo 03, representa al grupo de estudiantes con un nivel bajo de la competencia matemática.

Utilizando la configuración ontosemiótica y la codificación basada en la teoría fundamentada, surgieron diversas habilidades en la población evaluada. Estas habilidades, conceptualizadas como vectores linealmente independientes, fueron consideradas como entradas para la aplicación del algoritmo K-Means y se logró identificar lo siguiente:

- En la Situación Problema 1, se detectaron 8 habilidades, de las cuales 2 estaban relacionadas con el conflicto semiótico. Por lo tanto, únicamente se utilizaron 6 de estas habilidades en la clasificación mediante el algoritmo K-Means.

Tabla 4.9: Vector columna de habilidades de la situación problema 1

Vector	Habilidades reconocidas en la situación problema 1
C1	Reconoce la variable de producción (x) y su unidad de medida (onzas de oro).
C2	Reconoce la variable costo $C(x)$ y su unidad de medida (dólares)
C3	Transcribe la ecuación usando los objetos matemáticos pertinentes.
C4	Identifica la producción de inicial de onzas de oro.
C5	Identifica la onza de oro producida después (o antes) de las 800 onzas.
C6	Describe el costo marginal (o cambio del costo) aproximado al producir una onza adicional a las 800 onzas de oro.

Elaboración propia

- Respecto a la Situación Problema 2, se identificaron 10 habilidades, de las cuales 2 estaban vinculadas al conflicto semiótico. En consecuencia, fueron un total de 8 habilidades en la clasificación por el algoritmo K-Means.

Tabla 4.10: Vector columna de habilidades de la situación problema 2

Vector	Habilidades reconocidas en la situación problema 2
C1	Reconoce la unidad de medida de la variable capital.
C2	Reconoce la unidad de medida de la variable mano de obra.
C3	Identifica la unidad de medida de la producción (unidades).
C4	Discrimina la función producción de la producción marginal u otras.
C5	Decodifica la ecuación diferencial parcial.
C6	Identifica el valor inicial del capital (K_0).
C7	Explica la variación del capital invertido.
C8	Identifica el valor inicial de la mano de obra (L_0).
C9	Describe el valor constante de la mano de obra.
C10	Describe el incremento aproximado de la producción con argumentos contundentes.

Elaboración propia

- Podemos ejemplificar según el criterio experto y con los datos de entrada (vector de

habilidades) de la situación problema 2, de la competencia matemática personal (CMP) del estudiante A52, de la siguiente manera:

Tabla 4.11: Nivel de competencia matemática personal (CMP) estudiante A52

Vector	Habilidades de la situación problema 2	Nivel CMP
C1	Reconoce la unidad de medida de la variable capital.	3
C2	Reconoce la unidad de medida de la variable mano de obra.	3
C3	Identifica la unidad de medida de la producción (unidades).	3
C*4	Discrimina la función producción de la producción marginal u otras.	0
C*5	Decodifica la ecuación diferencial parcial.	0
C6	Identifica el valor inicial del capital (K_0).	3
C7	Explica la variación del capital invertido.	3
C8	Identifica el valor inicial de la mano de obra (L_0).	0
C9	Describe el valor constante de la mano de obra.	3
C10	Describe el incremento aproximado de la producción con argumentos contundentes.	3

Elaboración propia

Comentario:

La habilidad C*4 de la Situación Problema 2 se refiere a los datos proporcionados por un grupo de estudiantes que, en su análisis, no distinguen la función de dos variables con la derivada parcial de la función respecto a una variable. Esto evidencia el conflicto semiótico al asumir que ambas son iguales.

La habilidad C*5 de la situación problema 2 expuesta por los estudiantes que redactaron la lectura de la ecuación propuesta y no se expone la comprensión de dicha ecuación, esto es, no evidencian una relación de las variable y los valores numéricos, así como no se señaló las condiciones que se deben cumplir para la existencia de dichos resultados.

4.7. Resultados de la clasificación

Finalmente, para cada cluster obtenido, se correlaciona la media de la nota de la evaluación escrita de los estudiantes que forman parte de dicho cluster, para observar la relación entre dicha media y su clasificación.

Los resultados del grupo al que pertenece cada estudiante según su nivel de competencia personal se muestran en el anexo 1. En donde el algoritmo K-means categorizó en uno de los tres grandes grupos de las evaluación escritas.

Tabla 4.12: Distribución de estudiantes según algoritmo k-means.

CMP	Evaluación 1	Participación (%)	Evaluación 2	Participación (%)
Nivel 1	10	13%	29	38%
Nivel 2	39	51%	30	39%
Nivel 3	28	36%	18	23%
Total	77		77	

Fuente: Elaboración propia.

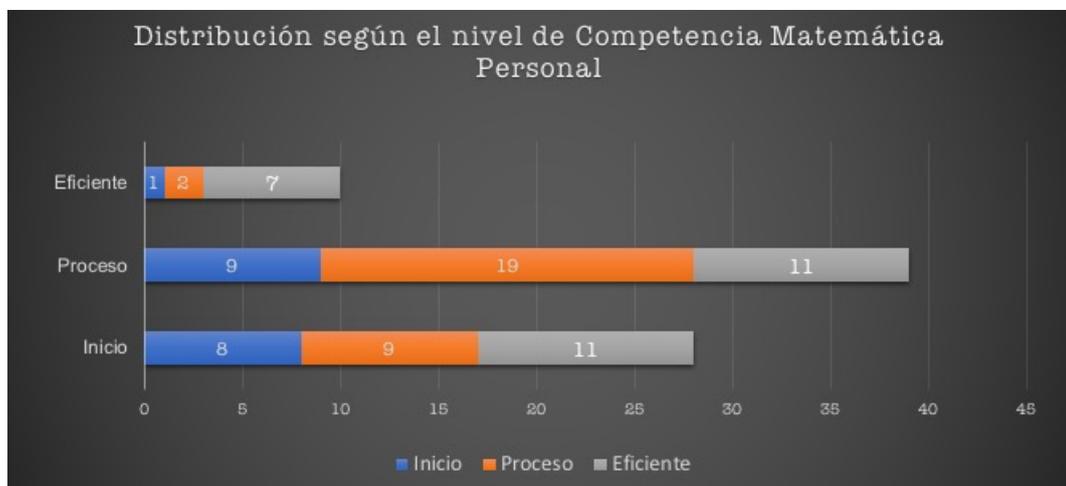


Figura 4.11: Distribución del nivel de competencia personal

- a) El primer grupo está compuesto por 10 estudiantes con un nivel destacado de competencia matemática en la primera evaluación escrita. En la segunda evaluación, este grupo aumentó a 29 estudiantes con un nivel de competencia eficiente.

De los resultados del anexo 1, en promedio, los estudiantes que obtuvieron buenas notas en la evaluación escrita tuvieron un desempeño destacado en ocho de las diez habilidades

de la situación problema 2.

- b) El segundo grupo está conformado por 39 estudiantes con un nivel intermedio de competencia matemática en la primera evaluación escrita. En la segunda evaluación, este grupo se redujo a 30 estudiantes con un nivel de competencia eficiente. En los resultados del anexo 1: se observa en la fila de medias del cumplimiento de las competencias, se correlaciona con la media de la nota de la evaluación escrita.
- c) El tercer grupo está compuesto por 28 estudiantes con un nivel bajo de competencia matemática en su primera evaluación escrita. Sin embargo, en la segunda evaluación analizada, este grupo disminuyó a 18 estudiantes. Aquí se puede apreciar que la media de la nota de la evaluación escrita 2, es aprobatoria. Esto muestra que en promedio, algunos estudiantes pertenecientes de este cluster podrían compensar su carencia del manejo de las habilidades C1-C10 con el manejo de otras competencias involucradas en el desarrollo de las otras preguntas del examen y que no han sido consideradas en este experimento.

V. Conclusiones y recomendaciones

Existen argumentos suficientes para sugerir acciones formativas, que fomentan el desarrollo de la competencia matemática para potenciar la comprensión de los objetos matemáticos y su conexión con la resolución de problemas, “tal como lo hacen en otros países como Japón, debido al impacto que tienen en la enseñanza” (Beltrán- Pellicer y Giacomone, 2018, p. 129).

5.1. Conclusiones

Los resultados obtenidos en el presente trabajo permiten concluir:

1. Las herramientas teóricas desarrolladas por el Enfoque Ontológico Semiótico permitieron analizar el desarrollo de la competencia matemática de una evaluación escrita aplicada a estudiantes del segundo ciclo del curso de matemática de una universidad privada de Lima.
2. Las situaciones problema planteadas en la investigación no presentaron una alta demanda cognitiva, ya que la mayoría de los estudiantes abordaron la situación problema. No obstante, es crucial destacar el papel esencial de la función semiótica, que posibilitó la identificación de los significados expresados por los estudiantes, revelando así una red compleja de habilidades utilizadas en la resolución del problema. Este proceso nos permitió formular una propuesta metodológica de análisis del desarrollo de la competencia matemática en ese contexto específico.
3. De los resultados obtenidos al representar el desarrollo de la competencia matemática, observamos un conflicto semiótico repetitivo en las dos situaciones problema analizadas. Un grupo de estudiantes atribuye el acto de leer una ecuación (descodificar) como una actividad de comprensión del objeto matemático y las condiciones que limitan el concepto propuesto. Este resultado respalda la utilidad del enfoque ontológico semiótico como herramienta analítica para comprender las complejas actuaciones que resultan de los procesos mentales involucrados en el desarrollo de la competencia matemática.
4. La metodología planteada justifica una secuencia lógica que articula los constructos teóricos pertinentes del Enfoque Ontológico Semiótico, estableciendo así un fundamento sólido para la formulación de propuestas dirigidas al análisis del desarrollo de la competencia matemática universitaria.

5. Las nociones propuestas en la teoría fundamentada y las herramientas teóricas del enfoque ontológico semiótico facilitaron la conversión de los datos extraídos de una evaluación escrita en una propuesta metodológica. Esta propuesta permitió la creación de un esquema que representó el desarrollo de la competencia matemática. La validación de la propuesta metodológica se llevó a cabo mediante la correspondencia de sus resultados en el esquema con los datos obtenidos y reflejados en la representación.
6. El algoritmo K-means categorizó a los estudiantes examinados en distintos niveles de desarrollo en la competencia matemática. En la primera situación problema analizada, el 13% ha demostrado un nivel eficiente de competencia, mientras que el 51% estuvo en proceso y el 36% mostró un nivel bajo de competencia. En la segunda situación problema propuesta, el algoritmo categorizó un 38% con un nivel de competencia eficiente, mientras que el 39% se encontraron en un nivel de proceso y el 23% obtuvo un nivel bajo de competencia.
7. La aplicación del algoritmo K-means ha proporcionado una herramienta eficiente para clasificar a los estudiantes en distintos niveles del desarrollo de su competencia matemática, teniendo en cuenta la complejidad de la configuración epistémica presente en la resolución de la situación problema. Destacando que con esta perspectiva no solo se identifican las habilidades particulares de cada estudiante, sino que también destaca la relevancia colectiva e institucional de los aspectos epistémicos en el desarrollo de la competencia matemática.

5.2. Recomendaciones

Del presente trabajo recomendamos:

1. Crear una plataforma virtual basada en la metodología propuesta, respaldada por un equipo docente. El objetivo es utilizar esta herramienta para analizar y medir las habilidades que influyen significativamente en el desarrollo de situaciones problema en instituciones universitarias. Esta plataforma podría facilitar la recopilación y evaluación de datos de manera más eficiente.
2. Proponer el desarrollo de un mapa de calor o región que visualice las interacciones de habilidades entre estudiantes, destacando aquellas competencias declaradas por la institución universitaria. Este mapa proporcionaría una representación gráfica de las habilidades más relevantes y sus conexiones, permitiendo una comprensión más profunda de los patrones de desarrollo de competencias.
3. Desde una perspectiva didáctica, se recomienda proponer a la institución universitaria la implementación de un canal especializado en la gestión y análisis de los ítems evaluados. Se sugiere dar prioridad a aquellos ítems que han demostrado una alta recurrencia en términos de conflictos semióticos, con el objetivo de abordar de manera efectiva el tratamiento de objetos matemáticos desafiantes para los estudiantes. Este canal, concebido como una herramienta educativa, podría proporcionar recursos visuales y pedagógicos específicos para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos complejos. La creación de este canal contribuiría no solo a la gestión eficiente de la evaluación, sino también a la mejora continua de la enseñanza y el aprendizaje en el ámbito de la competencia matemática universitaria.

VI. Referencias bibliográficas y virtuales

- Aké, L., Godino, J. D., Fernández, T., & Gonzato, M. (2014). Ingeniería didáctica para desarrollar el sentido algebraico de maestros en formación. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 25–48.
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en IDidáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 52(60), 255–278.
- Burgos, M., Godino, J. D., Giacomone, B., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. In ALME (Ed.), (pp. 706–713). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. (Section: Competencia de análisis epistémico de tareas de proporcionalidad de futuros profesores)
- Contreras, A., Font, V., Luque, L., & Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 25(2), 151–186.
- Contreras, A., García, M., & Font, V. (2012). Analysis of a process of statement on the teaching of the limit of a function. *Bolema*, 26(42), 667–690.
- Encuesta Nacional de Estudiantes de Educación Superior Universitaria 2019: principales resultados.* (n.d.). Retrieved from <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/7745>
- Espinoza, R. F. (2018). *La comprensión alcanzada por estudiantes de Profesorado en Matemática, referida a la Divisibilidad, al comenzar la Universidad* (Unpublished doctoral dissertation).
- Font, V. (2015). Didáctica de la Matemática. Una mirada internacional, empírica y teórica. In B. D'Amore & M. Fandiño (Eds.), (pp. 215–230). Bogotá, Colombia: Universidad de la Sabana. (Section: Competencias profesionales para el desarrollo y evaluación de competencias matemáticas en alumnos de secundaria)
- Font, V., Breda, A., & Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 10(2), 1–23.
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010, January). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1),

89–105. Retrieved 2023-10-31, from <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1174/021037010790317243> doi: 10.1174/021037010790317243

- Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., & Blanco, T. F. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. *Revista Complutense de Educación*, 29(4), 1–24.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237–284.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Retrieved from <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111–132.
- Godino, J. D. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(2), 1–24. Retrieved from <https://reviem.com.ve/index.php/REVIEM/article/view/25>
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325–355.
- Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39–88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W., & Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *REVEMAT: Revista Eletronica de Educaqao Matemática*, 7(8), 1–21.
- José, S., & Font, V. (2015, January). Seckel, M. J. & Font, V. (2015). Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. En P. Scott & A. Ruíz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 1: Formación Inicial para Primaria* (pp. 10-18). República Dominicana: Comité Interamericano de

- Educación Matemática. In (pp. 10–18).
- Konic, P., & Reynoso, D. (2017). Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. In J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, & M. M. López-Martín (Eds.), (pp. 1–10). Granada: CIVEOS. (Section: Diseño de una tarea que pone en discusión las concepciones de número decimal, expresión decimal y aproximación decimal de un número)
- Lima, C. Q., Martínez, C. R. V., González, F. A. G., Mata, J. T., & Sánchez, I. C. G. (2022, November). Estudio socioeducativo de los principales errores que realizan los alumnos en el tema de la integral definida como factor que impide la competencia requerida. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 13(25). Retrieved 2023-12-08, from <https://www.ride.org.mx/index.php/RIDE/article/view/1347> (Number: 25) doi: 10.23913/ride.v13i25.1347
- Murillo, W. (2008). *La investigación científica*. Retrieved from <http://www.monografias.com/trabajos15/invest-cientifica/investcientifica.shtm>
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (primera parte). (“Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta ...”). *REVEMAT*, 8(2), 1–49.
- Pochulu, M., Font, V., & Rodríguez, M. (2016). “Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas.” (“Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de ...”). *Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 71–98.
- Quiroz Meza, A. B., & Mayor Ruiz, C. (2019, January). Evaluación de competencias matemáticas específicas en la formación de profesores de Educación Media en Chile. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 22(1). Retrieved 2023-10-31, from <https://revistas.um.es/reifop/article/view/337261> doi: 10.6018/reifop.22.1.337261
- Ramos, A. B., & Font, V. (2008). CRITERIOS DE IDONEIDAD Y VALORACIÓN DE CAMBIOS EN EL PROCESO DE INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA. , 11(2), 233–265.

- RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*. (2023). Retrieved 2023-12-08, from <https://www.ride.org.mx/index.php/RIDE>
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos* (PhD Thesis, Universidad de Granada). Retrieved from <http://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/65704>
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (PhD Thesis, Universidad de Barcelona). Retrieved from http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/99644/1/MJSS_TESIS.pdf
- Strauss, A., & Corbin, J. (2016). *Bases de la investigación cualitativa*. Editorial Universidad de Antioquia.
- Valls, S. F., & Muñoz, Y. M. V. (2015). “Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas.” (“Uso de Criterios de Calidad en la Reflexión Sobre la Práctica de Los ...”). *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 196, 219–225.
- Wilhelmi, M. R., Godino, J. D., & Lasa, A. (2014). Investigación en Educación Matemática XVIII. In M. T. González, M. Codes, D. Arnau, & T. Ortega (Eds.), (pp. 573–582). Salamanca: SEIEM. (Section: Significados conflictivos de ecuación y función en estudiantes de profesorado de secundaria. (“SIGNIFICADOS CONFLICTIVOS DE ECUACIÓN Y FUNCIÓN EN ... - ResearchGate”))
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. New York, NY: The MacMillan Company.

VII. Anexos

August 6, 2023

1 Uso del Algoritmo K-Means para la clasificación de un conjunto de estudiantes por medio de sus calificaciones por competencias

```
In [1]: # importando librerias de python a usar
import pandas as pd
import numpy as np

from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from sklearn.cluster import KMeans
from sklearn.metrics import pairwise_distances_argmin_min

import seaborn as sb

from itertools import cycle, islice
import matplotlib.pyplot as plt
from pandas.plotting import parallel_coordinates

%matplotlib inline
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
plt.rcParams['figure.figsize'] = (16, 9)
plt.style.use('ggplot')
```

1.0.1 Importando Data

```
In [2]: data=pd.read_excel(r"C:\Users\ANGELLO\filedata.xlsx", sheet_name='Hoja1')#la direccion
```

1.0.2 Limpiando Data

```
In [3]: clean1_data=data.dropna()
#hemos eliminado las filas con valores NaN en alguna columna.
#ahora eliminamos las filas que corresponden a
#alumnos que no respondieron la pregunta
filtercrit=clean1_data['Pregunta INICIO']!='No responde a la pregunta'
clean2_data=clean1_data[filtercrit]
```

1.0.3 Seleccionamos solo las columnas más importantes

```
In [5]: column_names=clean2_data.columns.values
        #accedemos a los nombres de cada columna (encabezados) de la data limpiada

        filteredcolumns=column_names[[3,4,5,8,9,10,11,12]]
        newdata=clean2_data[filteredcolumns]
        #hemos seleccionado solo las columnas que contienen a las competencias
```

1.0.4 Reescalamos la data seleccionada en el paso anterior

```
In [8]: #reescalamos la data para poder aplicar K-Means
        rescaleddata=StandardScaler().fit_transform(newdata)

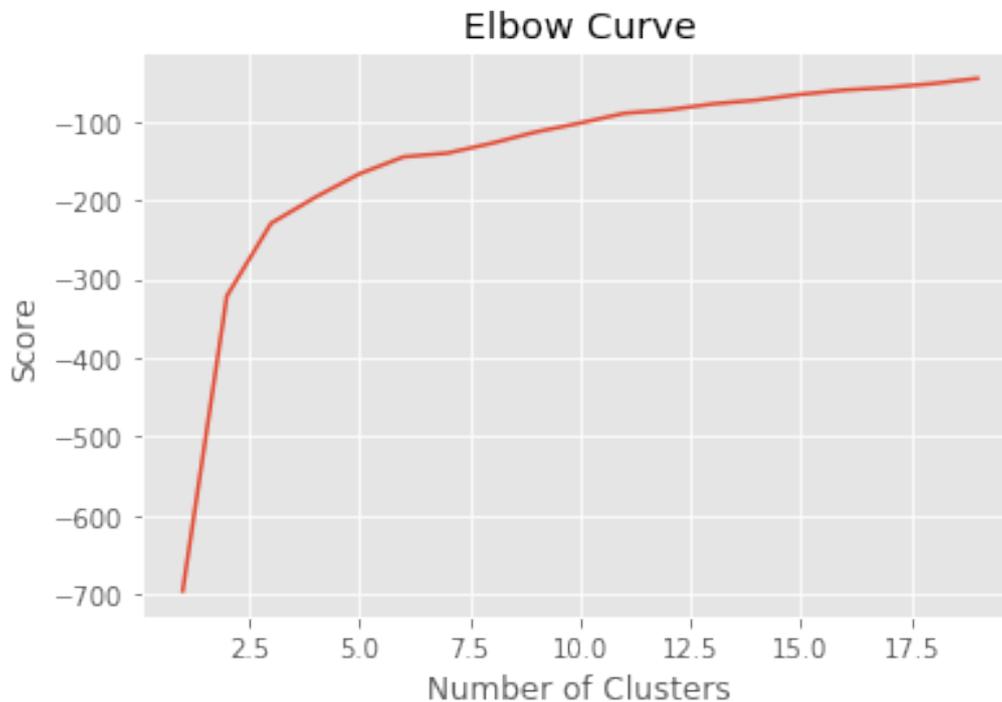
        print('Las dimensiones de la data son '+ str(rescaleddata.shape))
```

Las dimensiones de la data son (87, 8)

```
C:\ProgramData\Anaconda3\lib\site-packages\sklearn\preprocessing\data.py:645: DataConversionWarning:
  return self.partial_fit(X, y)
C:\ProgramData\Anaconda3\lib\site-packages\sklearn\base.py:464: DataConversionWarning: Data with
  return self.fit(X, **fit_params).transform(X)
```

1.0.5 Buscamos el valor de K (número de clusters)

```
In [9]: X=rescaleddata
        Nc = range(1, 20)
        kmeans = [KMeans(n_clusters=i) for i in Nc]
        kmeans
        score = [kmeans[i].fit(X).score(X) for i in range(len(kmeans))]
        score
        plt.plot(Nc,score)
        plt.xlabel('Number of Clusters')
        plt.ylabel('Score')
        plt.title('Elbow Curve')
        plt.show()
```



Se observa que el codo más pronunciado se da en $K = 3$, por lo tanto trabajaremos con 3 clusters (grupos)

1.0.6 Aplicamos el algoritmo K-Means

```
In [25]: # Usando K=3
kmeans = KMeans(n_clusters=3).fit(X)

# Obtenemos las etiquetas de cada punto de nuestros datos
# Estas son '0', '1' y '2'.
# Es decir, los tres grupos.
labels = kmeans.predict(X)

# etiquetamos a qué grupo pertenece cada alumno.
#La última columna de la siguiente tabla
#especifica el número de grupo o cluster
filteredcolumns2=column_names[[0,3,4,5,8,9,10,11,12,13]]
copy = pd.DataFrame()
copy= clean2_data[filteredcolumns2]
copy['Grupo'] = labels;
copy.head(87)
```

C:\ProgramData\Anaconda3\lib\site-packages\ipykernel_launcher.py:15: SettingWithCopyWarning: A value is trying to be set on a copy of a slice from a DataFrame.

Try using `.loc[row_indexer,col_indexer] = value` instead

See the caveats in the documentation: <http://pandas.pydata.org/pandas-docs/stable/indexing.htm>

```
from ipykernel import kernelapp as app
```

```
Out[25]:
```

	Nr	C1	C2	C3	C6	C7	C8	C9	C10	Nota	EP	Grupo
0	A1	1	2.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		12	1
1	A2	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		6	1
3	A4	2	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0		19	0
4	A5	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.0	0.0		11	1
5	A6	2	2.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0		17	1
6	A7	3	3.0	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	3.0		20	0
7	A8	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		9	1
8	A9	2	2.0	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0		20	0
9	A10	2	2.0	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		6	2
10	A11	2	2.0	0.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0		9	0
11	A12	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0		20	0
12	A13	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		8	1
13	A14	2	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		19	1
14	A15	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0		11	2
15	A16	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		11	1
16	A17	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		8	1
17	A18	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		11	2
18	A19	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0		10	2
19	A20	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		10	1
20	A21	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		12	1
21	A22	2	0.0	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	2.0		13	0
22	A23	2	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	2.0		20	0
23	A24	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		3	1
24	A25	2	2.0	3.0	3.0	2.0	3.0	2.0	2.0		12	0
25	A26	0	0.0	0.0	3.0	2.0	3.0	2.0	0.0		7	1
26	A27	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0		20	0
27	A28	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		6	1
28	A29	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0		18	0
29	A30	3	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		11	2
30	A31	3	0.0	3.0	2.0	0.0	1.0	2.0	1.0		15	2
..
58	A59	0	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	3.0	1.0		16	1
59	A60	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		6	2
60	A61	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		9	2
61	A62	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		15	1
62	A63	2	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	3.0	1.0		18	2
63	A64	3	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		13	2
64	A65	3	0.0	3.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0		17	0
65	A66	3	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	0.0	1.0		17	2
66	A67	2	3.0	3.0	3.0	2.0	0.0	0.0	2.0		9	2
67	A68	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		18	2

68	A69	3	3.0	3.0	0.0	3.0	0.0	3.0	2.0	17	0
69	A70	0	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	18	1
70	A71	3	3.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10	2
71	A72	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	12	0
72	A73	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13	2
73	A74	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	8	1
74	A75	2	2.0	3.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	17	2
75	A76	3	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8	2
76	A77	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10	1
77	A78	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	19	0
82	B5	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	11	1
83	B6	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6	1
88	B11	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	19	1
89	B12	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6	1
92	B15	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	19	0
93	B16	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11	1
96	B19	3	0.0	3.0	0.0	3.0	0.0	0.0	1.0	16	2
97	B20	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4	1
101	B24	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	9	1
102	B25	2	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	7	2

[87 rows x 11 columns]

El diccionario de competencias es el siguiente: C1: Reconoce la unidad de medida de la variable capital C2: Reconoce la unidad de medida de la variable mano de obra C3: Identifica la unidad de medida de la producción (unidades) C6: Identifica el valor inicial del capital (K_0) C7: Explica la variación del capital invertido C8: Identifica el valor inicial de la mano de obra (L_0) C9: Describe el valor constante de la mano de obra C10: Describe el incremento aproximado de la producción con argumentos contundentes

1.0.7 Ahora mostramos la tabla de cada grupo (cluster) por separado

Grupo 0

```
In [26]: filtercrit0=copy['Grupo']==0
group0=copy[filtercrit0]
print('El número de integrantes de este grupo es ' + str(group0.shape[0]))
group0.head(group0.shape[0])
```

El número de integrantes de este grupo es 28

```
Out[26]:
```

	Nr	C1	C2	C3	C6	C7	C8	C9	C10	Nota	EP	Grupo
3	A4	2	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	19	0	
6	A7	3	3.0	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	3.0	20	0	
8	A9	2	2.0	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	20	0	
10	A11	2	2.0	0.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0	9	0	
11	A12	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	20	0	

21	A22	2	0.0	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	2.0	13	0
22	A23	2	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	2.0	20	0
24	A25	2	2.0	3.0	3.0	2.0	3.0	2.0	2.0	12	0
26	A27	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	20	0
28	A29	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	18	0
31	A32	3	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	2.0	19	0
32	A33	3	2.0	3.0	3.0	2.0	2.0	3.0	2.0	18	0
33	A34	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	17	0
34	A35	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	16	0
37	A38	3	0.0	3.0	3.0	2.0	0.0	3.0	2.0	14	0
39	A40	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	19	0
40	A41	3	3.0	3.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0	16	0
41	A42	2	3.0	3.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0	13	0
42	A43	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	12	0
43	A44	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	20	0
51	A52	3	3.0	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	3.0	18	0
54	A55	3	3.0	3.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0	18	0
57	A58	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	16	0
64	A65	3	0.0	3.0	3.0	2.0	3.0	3.0	2.0	17	0
68	A69	3	3.0	3.0	0.0	3.0	0.0	3.0	2.0	17	0
71	A72	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	12	0
77	A78	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	19	0
92	B15	3	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	19	0

La tabla resumen de este grupo muestra las medias, numero de integrantes y scores máximo y mínimo:

```
In [27]: table0=group0.describe()
         ttable0=pd.DataFrame(table0,index=['count','mean','min','max'])
         ttable0.head()
```

```
Out[27]:
```

	C1	C2	C3	C6	C7	C8 \
count	28.00	28.000000	28.000000	28.000000	28.000000	28.000000
mean	2.75	2.428571	2.785714	2.892857	2.714286	2.428571
min	2.00	0.000000	0.000000	0.000000	2.000000	0.000000
max	3.00	3.000000	3.000000	3.000000	3.000000	3.000000

	C9	C10	Nota EP	Grupo
count	28.000000	28.000000	28.000000	28.0
mean	2.964286	2.571429	16.821429	0.0
min	2.000000	2.000000	9.000000	0.0
max	3.000000	3.000000	20.000000	0.0

Grupo 1

```
In [28]: filtercrit1=copy['Grupo']==1
         group1=copy[filtercrit1]
         print('El número de integrantes de este grupo es ' + str(group1.shape[0]))
         group1.head(group1.shape[0])
```

El número de integrantes de este grupo es 32

```
Out [28]:
```

	Nr	C1	C2	C3	C6	C7	C8	C9	C10	Nota	EP	Grupo
0	A1	1	2.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		12	1
1	A2	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		6	1
4	A5	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.0	0.0		11	1
5	A6	2	2.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0		17	1
7	A8	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		9	1
12	A13	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		8	1
13	A14	2	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		19	1
15	A16	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		11	1
16	A17	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		8	1
19	A20	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		10	1
20	A21	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		12	1
23	A24	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		3	1
25	A26	0	0.0	0.0	3.0	2.0	3.0	2.0	0.0		7	1
27	A28	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		6	1
35	A36	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0		16	1
38	A39	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		18	1
45	A46	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		11	1
47	A48	2	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		13	1
49	A50	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0		15	1
50	A51	0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	2.0	1.0		11	1
58	A59	0	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	3.0	1.0		16	1
61	A62	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		15	1
69	A70	0	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0		18	1
73	A74	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		8	1
76	A77	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		10	1
82	B5	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0		11	1
83	B6	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		6	1
88	B11	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		19	1
89	B12	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		6	1
93	B16	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		11	1
97	B20	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		4	1
101	B24	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		9	1

La tabla resumen de este grupo muestra las medias, numero de integrantes y scores máximo y mínimo:

```
In [29]: table1=group1.describe()
ttable1=pd.DataFrame(table1,index=['count','mean','min','max'])
ttable1.head()
```

```
Out [29]:
```

	C1	C2	C3	C6	C7	C8	C9	C10	\
count	32.00000	32.00	32.00000	32.00000	32.00000	32.000	32.0000	32.0	
mean	0.78125	0.25	0.21875	0.09375	0.09375	0.125	0.3125	0.5	
min	0.00000	0.00	0.00000	0.00000	0.00000	0.000	0.0000	0.0	
max	3.00000	2.00	3.00000	3.00000	2.00000	3.000	3.0000	2.0	

	Nota EP	Grupo
count	32.000	32.0
mean	11.125	1.0
min	3.000	1.0
max	19.000	1.0

Grupo 2

```
In [30]: filtercrit2=copy['Grupo']==2
group2=copy[filtercrit2]
print('El número de integrantes de este grupo es ' + str(group2.shape[0]))
group2.head(group2.shape[0])
```

El número de integrantes de este grupo es 27

```
Out[30]:
```

	Nr	C1	C2	C3	C6	C7	C8	C9	C10	Nota EP	Grupo
9	A10	2	2.0	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6	2
14	A15	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	11	2
17	A18	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11	2
18	A19	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.0	10	2
29	A30	3	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	11	2
30	A31	3	0.0	3.0	2.0	0.0	1.0	2.0	1.0	15	2
36	A37	3	0.0	3.0	0.0	3.0	0.0	0.0	2.0	20	2
44	A45	3	0.0	3.0	0.0	0.0	2.0	0.0	1.0	16	2
46	A47	2	0.0	3.0	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0	19	2
48	A49	3	2.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8	2
52	A53	2	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	14	2
53	A54	2	0.0	3.0	2.0	3.0	0.0	0.0	0.0	14	2
55	A56	0	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13	2
56	A57	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	15	2
59	A60	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6	2
60	A61	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	9	2
62	A63	2	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	3.0	1.0	18	2
63	A64	3	0.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13	2
65	A66	3	3.0	3.0	3.0	0.0	3.0	0.0	1.0	17	2
66	A67	2	3.0	3.0	3.0	2.0	0.0	0.0	2.0	9	2
67	A68	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	18	2
70	A71	3	3.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10	2
72	A73	3	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13	2
74	A75	2	2.0	3.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	17	2
75	A76	3	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8	2
96	B19	3	0.0	3.0	0.0	3.0	0.0	0.0	1.0	16	2
102	B25	2	3.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	7	2

La tabla resumen de este grupo muestra las medias, numero de integrantes y scores máximo y mínimo:

```
In [31]: table2=group2.describe()
         ttable2=pd.DataFrame(table2,index=['count','mean','min','max'])
         ttable2.head()
```

```
Out [31]:
```

	C1	C2	C3	C6	C7	C8 \
count	27.000000	27.000000	27.000000	27.000000	27.000000	27.000000
mean	2.592593	1.962963	2.666667	0.407407	0.444444	0.222222
min	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
max	3.000000	3.000000	3.000000	3.000000	3.000000	3.000000

	C9	C10	Nota EP	Grupo
count	27.000000	27.000000	27.000000	27.0
mean	0.185185	0.592593	12.740741	2.0
min	0.000000	0.000000	6.000000	2.0
max	3.000000	2.000000	20.000000	2.0

1.0.8 Discusión de los resultados

Grupo 1 (28 integrantes): Nivel de dominio de las competencias: Bueno

Por lo que se observa en la fila de medias del cumplimiento de las competencias (fila “means”, columnas “C1-C10” de la tabla anterior), el manejo promedio de las competencias por parte de los estudiantes de este cluster puede ser catalogado como bueno. Aquí se puede apreciar concordancia con la media de la nota del examen parcial que es 16.82; la cual es la más alta de las medias de dicha nota en los 3 clusters. Esto muestra que en promedio, los estudiantes que obtuvieron buenas notas en el examen parcial, manejan muy bien las 8 competencias consideradas en la pregunta evaluada.

Grupo 0 (27 integrantes): Nivel de dominio de las competencias: Intermedio

Por lo que se observa en la fila de medias del cumplimiento de las competencias (fila “means”, columnas “C1-C10” de la tabla anterior), el manejo promedio de las competencias por parte de los estudiantes de este cluster puede ser catalogado como nivel intermedio. Aquí se puede apreciar que la media de la nota del examen parcial que 12.74.

Grupo 2 (32 integrantes): Nivel de dominio de las competencias: Bajo Por lo que se observa en la fila de medias del cumplimiento de las competencias (fila “means”, columnas “C1-C10” de la tabla anterior), el manejo promedio de las competencias por parte de los estudiantes de este cluster puede ser catalogado como nivel bajo (todas las medias de las calificaciones de la competencia son menores que 1). Aquí se puede apreciar que la media de la nota del examen parcial es 11.12; la cual es aprobatoria. Esto muestra que en promedio, los estudiantes pertenecientes a este cluster podrían compensar su carencia de manejo de las competencias C1-C10 con el manejo de otras competencias involucradas en el desarrollo de las otras preguntas del examen y que no han sido consideradas en este experimento.

In []:

```

Public Sub ALGORITMO()

registro = 51
columna = 0
fila = 0

For proceso = 1 To 1000

fila = fila + 1
Cells(5, 11).Value = proceso

centroide1 = Int((51 * Rnd) + 1)
centroide2 = Int((51 * Rnd) + 1)
centroide3 = Int((51 * Rnd) + 1)

If Abs((centroide1 - centroide2) * (centroide1 - centroide3) *
(centroide2 - centroide3)) > 0 Then

Cells(1, 9).Value = centroide1
Cells(2, 9).Value = centroide2
Cells(3, 9).Value = centroide3

Cells(1, 11).Value = Cells(centroide1, 1).Value
Cells(1, 12).Value = Cells(centroide1, 2).Value
Cells(1, 13).Value = Cells(centroide1, 3).Value
Cells(1, 14).Value = Cells(centroide1, 4).Value
Cells(1, 15).Value = Cells(centroide1, 5).Value
Cells(1, 16).Value = Cells(centroide1, 6).Value
Cells(1, 17).Value = Cells(centroide1, 7).Value
Cells(1, 18).Value = Cells(centroide1, 8).Value

Cells(2, 11).Value = Cells(centroide2, 1).Value
Cells(2, 12).Value = Cells(centroide2, 2).Value
Cells(2, 13).Value = Cells(centroide2, 3).Value
Cells(2, 14).Value = Cells(centroide2, 4).Value
Cells(2, 15).Value = Cells(centroide2, 5).Value
Cells(2, 16).Value = Cells(centroide2, 6).Value
Cells(2, 17).Value = Cells(centroide2, 7).Value
Cells(2, 18).Value = Cells(centroide2, 8).Value

Cells(3, 11).Value = Cells(centroide3, 1).Value
Cells(3, 12).Value = Cells(centroide3, 2).Value
Cells(3, 13).Value = Cells(centroide3, 3).Value
Cells(3, 14).Value = Cells(centroide3, 4).Value
Cells(3, 15).Value = Cells(centroide3, 5).Value
Cells(3, 16).Value = Cells(centroide3, 6).Value
Cells(3, 17).Value = Cells(centroide3, 7).Value

```

```
Cells(3, 18).Value = Cells(centroide3, 8).Value
```

```
Sheets(2).Cells(fila, 1).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 1).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 2).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 2).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 3).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 3).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 4).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 4).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 5).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 5).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 6).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 6).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 7).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 7).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 8).Value = Sheets(1).Cells(centroide1, 8).Value
```

```
Sheets(2).Cells(fila, 9).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 1).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 10).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 2).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 11).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 3).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 12).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 4).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 13).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 5).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 14).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 6).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 15).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 7).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 16).Value = Sheets(1).Cells(centroide2, 8).Value
```

```
Sheets(2).Cells(fila, 17).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 1).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 18).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 2).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 19).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 3).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 20).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 4).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 21).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 5).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 22).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 6).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 23).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 7).Value  
Sheets(2).Cells(fila, 24).Value = Sheets(1).Cells(centroide3, 8).Value
```

```
For s = 1 To 5
```

```
c11 = Sheets(1).Cells(1, 11).Value  
c12 = Sheets(1).Cells(1, 12).Value  
c13 = Sheets(1).Cells(1, 13).Value  
c14 = Sheets(1).Cells(1, 14).Value  
c15 = Sheets(1).Cells(1, 15).Value  
c16 = Sheets(1).Cells(1, 16).Value  
c17 = Sheets(1).Cells(1, 17).Value  
c18 = Sheets(1).Cells(1, 18).Value
```

```
c21 = Sheets(1).Cells(2, 11).Value  
c22 = Sheets(1).Cells(2, 12).Value  
c23 = Sheets(1).Cells(2, 13).Value  
c24 = Sheets(1).Cells(2, 14).Value  
c25 = Sheets(1).Cells(2, 15).Value  
c26 = Sheets(1).Cells(2, 16).Value  
c27 = Sheets(1).Cells(2, 17).Value
```

```

c28 = Sheets(1).Cells(2, 18).Value

c31 = Sheets(1).Cells(3, 11).Value
c32 = Sheets(1).Cells(3, 12).Value
c33 = Sheets(1).Cells(3, 13).Value
c34 = Sheets(1).Cells(3, 14).Value
c35 = Sheets(1).Cells(3, 15).Value
c36 = Sheets(1).Cells(3, 16).Value
c37 = Sheets(1).Cells(3, 17).Value
c38 = Sheets(1).Cells(3, 18).Value

For i = 1 To registro

a1 = Sheets(1).Cells(i, 1).Value
a2 = Sheets(1).Cells(i, 2).Value
a3 = Sheets(1).Cells(i, 3).Value
a4 = Sheets(1).Cells(i, 4).Value
a5 = Sheets(1).Cells(i, 5).Value
a6 = Sheets(1).Cells(i, 6).Value
a7 = Sheets(1).Cells(i, 7).Value
a8 = Sheets(1).Cells(i, 8).Value

d1 = Sqr((a1 - c11) ^ 2 + (a2 - c12) ^ 2 + (a3 - c13) ^ 2 + (a4 - c14) ^ 2 +
(a5 - c15) ^ 2 + (a6 - c16) ^ 2 + (a7 - c17) ^ 2 + (a8 - c18) ^ 2)

d2 = Sqr((a1 - c21) ^ 2 + (a2 - c22) ^ 2 + (a3 - c23) ^ 2 + (a4 - c24) ^ 2 +
(a5 - c25) ^ 2 + (a6 - c26) ^ 2 + (a7 - c27) ^ 2 + (a8 - c28) ^ 2)

d3 = Sqr((a1 - c31) ^ 2 + (a2 - c32) ^ 2 + (a3 - c33) ^ 2 + (a4 - c34) ^ 2 +
(a5 - c35) ^ 2 + (a6 - c36) ^ 2 + (a7 - c37) ^ 2 + (a8 - c38) ^ 2)

If d1 <= d2 And d1 <= d3 Then
grupo = 1
End If

If d2 <= d1 And d2 <= d3 Then
grupo = 2

If d3 <= d1 And d3 <= d2 Then
grupo = 3
End If

Sheets(1).Cells(i, 23 + columna).Value = grupo
Next i

```

```
cantidadgrupo1 = 0
cantidadgrupo2 = 0
cantidadgrupo3 = 0
```

```
sumax1grupo1 = 0
sumax2grupo1 = 0
sumax3grupo1 = 0
sumax4grupo1 = 0
sumax5grupo1 = 0
sumax6grupo1 = 0
sumax7grupo1 = 0
sumax8grupo1 = 0
```

```
sumax1grupo2 = 0
sumax2grupo2 = 0
sumax3grupo2 = 0
sumax4grupo2 = 0
sumax5grupo2 = 0
sumax6grupo2 = 0
sumax7grupo2 = 0
sumax8grupo2 = 0
```

```
sumax1grupo3 = 0
sumax2grupo3 = 0
sumax3grupo3 = 0
sumax4grupo3 = 0
sumax5grupo3 = 0
sumax6grupo3 = 0
sumax7grupo3 = 0
sumax8grupo3 = 0
```

```
For j = 1 To registro
```

```
    grupo = Sheets(1).Cells(j, 23 + columna).Value
```

```
    If grupo = 1 Then
```

```
        cantidadgrupo1 = cantidadgrupo1 + 1
```

```
        sumax1grupo1 = sumax1grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 1).Value
```

```
        sumax2grupo1 = sumax2grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 2).Value
```

```
        sumax3grupo1 = sumax3grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 3).Value
```

```
        sumax4grupo1 = sumax4grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 4).Value
```

```
        sumax5grupo1 = sumax5grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 5).Value
```

```
        sumax6grupo1 = sumax6grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 6).Value
```

```
        sumax7grupo1 = sumax7grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 7).Value
```

```
        sumax8grupo1 = sumax8grupo1 + Sheets(1).Cells(j, 8).Value
```

```
    End If
```

```
If grupo = 2 Then
```

```
cantidadgrupo2 = cantidadgrupo2 + 1  
sumax1grupo2 = sumax1grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 1).Value  
sumax2grupo2 = sumax2grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 2).Value  
sumax3grupo2 = sumax3grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 3).Value  
sumax4grupo2 = sumax4grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 4).Value  
sumax5grupo2 = sumax5grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 5).Value  
sumax6grupo2 = sumax6grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 6).Value  
sumax7grupo2 = sumax7grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 7).Value  
sumax8grupo2 = sumax8grupo2 + Sheets(1).Cells(j, 8).Value  
End If
```

```
If grupo = 3 Then
```

```
cantidadgrupo3 = cantidadgrupo3 + 1  
sumax1grupo3 = sumax1grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 1).Value  
sumax2grupo3 = sumax2grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 2).Value  
sumax3grupo3 = sumax3grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 3).Value  
sumax4grupo3 = sumax4grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 4).Value  
sumax5grupo3 = sumax5grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 5).Value  
sumax6grupo3 = sumax6grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 6).Value  
sumax7grupo3 = sumax7grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 7).Value  
sumax8grupo3 = sumax8grupo3 + Sheets(1).Cells(j, 8).Value  
End If
```

```
Next j
```

```
c11 = sumax1grupo1 / cantidadgrupo1  
c12 = sumax2grupo1 / cantidadgrupo1  
c13 = sumax3grupo1 / cantidadgrupo1  
c14 = sumax4grupo1 / cantidadgrupo1  
c15 = sumax5grupo1 / cantidadgrupo1  
c16 = sumax6grupo1 / cantidadgrupo1  
c17 = sumax7grupo1 / cantidadgrupo1  
c18 = sumax8grupo1 / cantidadgrupo1
```

```
c21 = sumax1grupo2 / cantidadgrupo2  
c22 = sumax2grupo2 / cantidadgrupo2  
c23 = sumax3grupo2 / cantidadgrupo2  
c24 = sumax4grupo2 / cantidadgrupo2  
c25 = sumax5grupo2 / cantidadgrupo2  
c26 = sumax6grupo2 / cantidadgrupo2  
c27 = sumax7grupo2 / cantidadgrupo2  
c28 = sumax8grupo2 / cantidadgrupo2
```

```
c31 = sumax1grupo3 / cantidadgrupo3
```

```

c32 = sumax2grupo3 / cantidadgrupo3
c33 = sumax3grupo3 / cantidadgrupo3
c34 = sumax4grupo3 / cantidadgrupo3
c35 = sumax5grupo3 / cantidadgrupo3
c36 = sumax6grupo3 / cantidadgrupo3
c37 = sumax7grupo3 / cantidadgrupo3
c38 = sumax8grupo3 / cantidadgrupo3

Sheets(1).Cells(1, 11).Value = c11
Sheets(1).Cells(1, 12).Value = c12
Sheets(1).Cells(1, 13).Value = c13
Sheets(1).Cells(1, 14).Value = c14
Sheets(1).Cells(1, 15).Value = c15
Sheets(1).Cells(1, 16).Value = c16
Sheets(1).Cells(1, 17).Value = c17
Sheets(1).Cells(1, 18).Value = c18

Sheets(1).Cells(2, 11).Value = c21
Sheets(1).Cells(2, 12).Value = c22
Sheets(1).Cells(2, 13).Value = c23
Sheets(1).Cells(2, 14).Value = c24
Sheets(1).Cells(2, 15).Value = c25
Sheets(1).Cells(2, 16).Value = c26
Sheets(1).Cells(2, 17).Value = c27
Sheets(1).Cells(2, 18).Value = c28

Sheets(1).Cells(3, 11).Value = c31
Sheets(1).Cells(3, 12).Value = c32
Sheets(1).Cells(3, 13).Value = c33
Sheets(1).Cells(3, 14).Value = c34
Sheets(1).Cells(3, 15).Value = c35
Sheets(1).Cells(3, 16).Value = c36
Sheets(1).Cells(3, 17).Value = c37
Sheets(1).Cells(3, 18).Value = c38

sumacuadrados1 = 0
sumacuadrados2 = 0
sumacuadrados3 = 0

For k = 1 To registro
grupo = Sheets(1).Cells(k, 23 + columna).Value

b1 = Sheets(1).Cells(k, 1).Value
b2 = Sheets(1).Cells(k, 2).Value
b3 = Sheets(1).Cells(k, 3).Value
b4 = Sheets(1).Cells(k, 4).Value
b5 = Sheets(1).Cells(k, 5).Value
b6 = Sheets(1).Cells(k, 6).Value
b7 = Sheets(1).Cells(k, 7).Value

```

```

b8 = Sheets(1).Cells(k, 8).Value

If grupo = 1 Then
sumacuadrados1 = sumacuadrados1 + (b1 - c11) ^ 2 + (b2 - c12) ^ 2 + (b3 - c13) ^ 2 +
(b4 - c14) ^ 2 + (b5 - c15) ^ 2 + (b6 - c16) ^ 2 + (b7 - c17) ^ 2 + (b8 - c18) ^ 2
End If

If grupo = 2 Then
sumacuadrados2 = sumacuadrados2 + (b1 - c21) ^ 2 + (b2 - c22) ^ 2 + (b3 - c23) ^ 2 +
(b4 - c24) ^ 2 + (b5 - c25) ^ 2 + (b6 - c26) ^ 2 + (b7 - c27) ^ 2 + (b8 - c28) ^ 2
End If

If grupo = 3 Then
sumacuadrados3 = sumacuadrados3 + (b1 - c31) ^ 2 + (b2 - c32) ^ 2 + (b3 - c33) ^ 2 +
(b4 - c34) ^ 2 + (b5 - c35) ^ 2 + (b6 - c36) ^ 2 + (b7 - c37) ^ 2 + (b8 - c38) ^ 2
End If

Next k

desviacion1 = Sqr((sumacuadrados1) / (cantidadgrupo1))
desviacion2 = Sqr((sumacuadrados2) / (cantidadgrupo2))
desviacion3 = Sqr((sumacuadrados3) / (cantidadgrupo3))

desviacion = (desviacion1 + desviacion2 + desviacion3) / 3

Sheets(1).Cells(52, 23 + columna).Value = cantidadgrupo1
Sheets(1).Cells(53, 23 + columna).Value = cantidadgrupo2
Sheets(1).Cells(54, 23 + columna).Value = cantidadgrupo3

Sheets(1).Cells(55, 23 + columna).Value = desviacion1
Sheets(1).Cells(56, 23 + columna).Value = desviacion2
Sheets(1).Cells(57, 23 + columna).Value = desviacion3
Sheets(1).Cells(58, 23 + columna).Value = desviacion

Sheets(2).Cells(fila, 25).Value = desviacion

Next s

End If
columna = columna + 1
Next proceso
End Sub

```

Anexo 4: Tabla de desempeños de los estudiantes evaluados.

Tabla 6.1: Desempeño Académico A1, A2, A3, A4, A5 y A6.

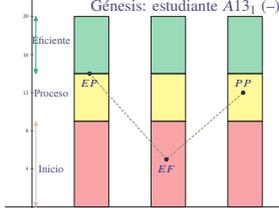
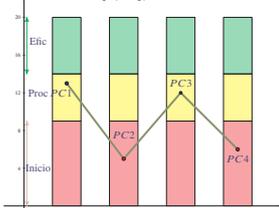
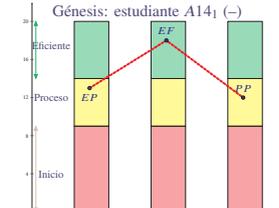
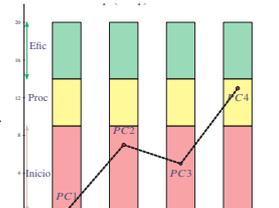
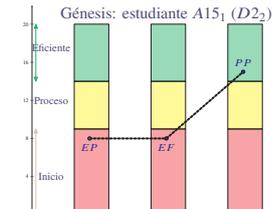
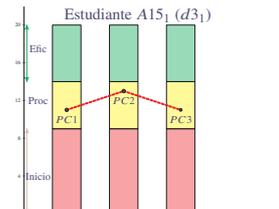
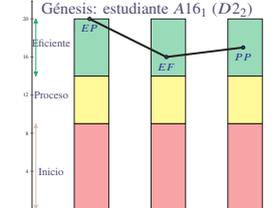
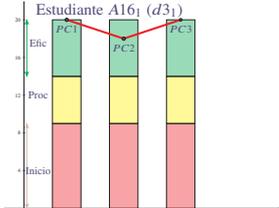
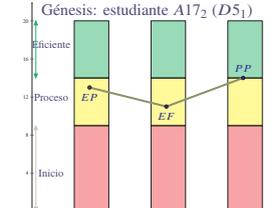
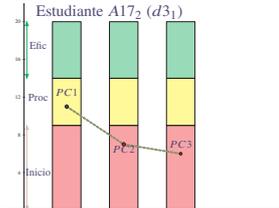
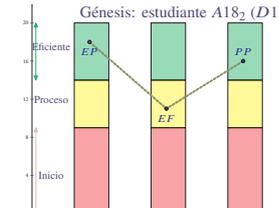
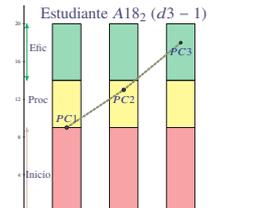
Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A1	<p>Génesis: estudiante A2₂ (D2₂)</p>	$C' 800 = 17$ Significa que por cada 800 onzas de oro el costo será de \$17	<p>Estudiante A2₂ (d1₁)</p>	$\partial p / \partial k = 25$ $L = 80$ $K = 7$ que por cada producción que aumenta, a un tiempo de 80 horas-hombre la ganancia será como mínimo de S/. 7000
A2	<p>Génesis: estudiante A3₁ (D3₂)</p>	El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares	<p>Estudiante A3₁ (d2₁)</p>	$\Delta Real = 25 - 80 = -55$ Al hacer la variación real final menos el inicial me da una pérdida de 55 miles de soles.
A3	<p>Génesis: estudiante A3₁ (D3₂)</p>	El costo de producir 801 onzas de oro en una reciente mina es 18.	<p>Estudiante A3₁ (d2₁)</p>	La producción de una empresa es de aproximadamente 25 unidades, cuando la mano de obra es de 80 (h/h x semana) y el capital es de 7001 soles.
A4	<p>Génesis: estudiante A4₂ (D1₁)</p>	El costo marginal al producir la 801o onza de oro es de 17 dólares.	<p>Estudiante A4₂ (d2₁)</p>	Si la mano de obra se mantiene constante en 80 h-h a la semana y el capital se incrementa de 7 mil a 8 mil, entonces la producción aumenta en 25 unid aprox.
A5	<p>Génesis: estudiante A5₂ (D3₂)</p>	$C'(800) = 17$ Producir 800 onzas de oro saldría 17 dólares.	<p>Estudiante A5₂ (d2₁)</p>	Si la demanda de la inversión del capital aumenta, el precio (capital) aumenta, manteniendo la mano de obra constante.
A6	<p>Génesis: estudiante A6₂ (-)</p>	$C(x)=?$ $C'(800)=17$ El costo de producir 800 onzas de oro es 17. Además, al ser 1era derivada indica que ese punto, puede ser mínimo o máximo.	<p>Estudiante A6₂ (d2₁)</p>	Una empresa produce 25 unid más al incrementar en S/. 1 su capital y manteniendo su mano de obra constante. Esto indica a la empresa que es beneficioso producir incrementando su capital.

Elaboración propia

Tabla 6.2: Desempeño Académico A7, A8, A9, A10, A11 y A12.

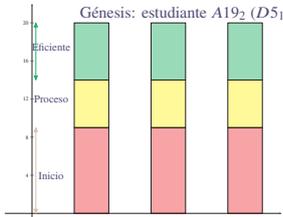
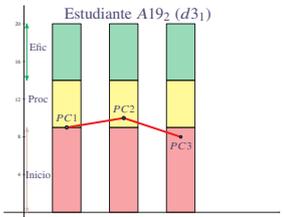
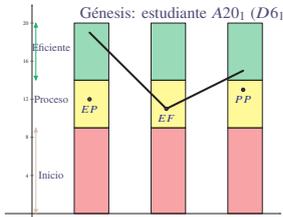
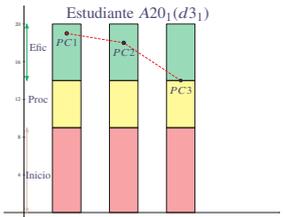
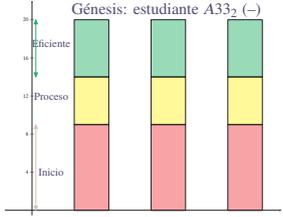
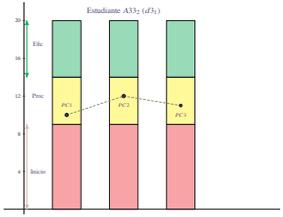
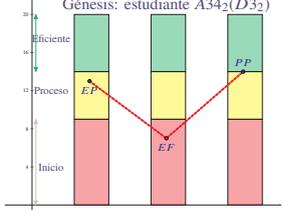
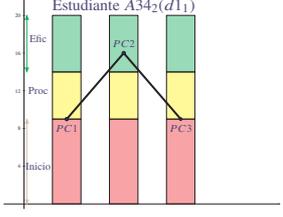
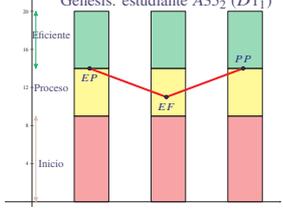
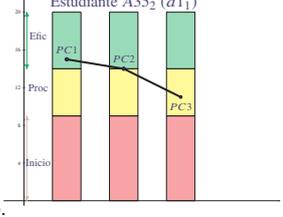
Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A7	<p>Génesis: estudiante A7₂ (D1₁)</p>	<p>El costo de producir la onza de oro # 801 es de 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A7₂ (d2₁)</p>	<p>$\partial p / \partial k = 25$ cuando $L = 80$ y $K = 7$. Esto indica que la producción marginal con respecto al capital es igual a 25 unidades. $PM(K)=25$</p>
A8	<p>Génesis: estudiante A8₂ (D4₁)</p>	<p>$C(800)$ $Dc/dx=17$ La relación del costo de lo que se cuesta producir con respecto a las 300 onzas es 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A8₂ (d2₁)</p>	<p>Si se mantiene el capital, la producción también aumentará.</p>
A9	<p>Génesis: estudiante A9₁ (-)</p>	<p>Establecer $C'(800)=17$ significa que el costo de producir el producto 801 es de 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A9₁ (d2₁)</p>	<p>Cuando las horas hombres se mantienen constantes en 80 h/h, pero el capital se incrementa de 7000 a 800, entonces la producción aumenta en 25 unidades aproximadamente.</p>
A10	<p>Génesis: estudiante A10₁ (D2₂)</p>	<p>Costo total por cada onza.</p>	<p>Estudiante A10₁ (d2₁)</p>	<p>Interpretación la derivada del precio respecto a la capital es 25 siempre y cuando la fuerza laboral sea de 8' y la capital de 7.</p>
A11	<p>Génesis: estudiante A11₂ (D1₁)</p>	<p>Significa que el costo marginal de producir 800 onzas es \$17.</p>	<p>Estudiante A11₂ (d2₁)</p>	<p>La derivada de la producción con respecto al capital es igual a 25, lo que indica que si $L=80$ es constante, el capital aumenta de 7000 a 7001, por lo tanto la producción aumenta en 25 aproximadamente.</p>
A12	<p>Génesis: estudiante A12₁ (-)</p>	<p>$C'(800) = 17$ representa el costo de producir la onza número 801, el cual equivale a 17 unidades monetarias, es decir, al aumentar la producción de 800 a 801 onzas, el costo total aumenta en 17 unidades monetarias</p>	<p>Estudiante A12₁ (d2₁)</p>	<p>Interpretación correcta Si mantenemos la mano de obra constante en 80 horas hombres semanales y se incrementa el capital de \$/7000 a \$/8000; entonces, la producción de la empresa aumentará en 25 unidades aproximadamente.</p>

Tabla 6.3: Desempeño Académico A13, A14, A15, A16, A17 y A18.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A13	 <p>Génesis: estudiante A13₁ (-)</p>	<p>Onzas=x $C'(800)=17$ $C'(800)=17 \rightarrow$ Costo total</p>		<p>Económicamente la producción sigue igual y no varía.</p>
A14	 <p>Génesis: estudiante A14₁ (-)</p>	<p>Significa que el costo marginal (derivada) de producir 800 onzas de oro es de 17 dólares.</p>		<p>En un contexto económico, específicamente en una microeconómica, podemos interpretar que la producción aumenta en 25 unidades cuando se decide aumentar el capital en "1" y mantener las horas hombre constantes en 80 (en ceteris paribus)</p>
A15	 <p>Génesis: estudiante A15₁ (D2₂)</p>	<p>Significa que para producir 800 onzas de oro se necesita 17 dólares.</p>	 <p>Estudiante A15₁ (d3₁)</p>	<p>$L = 80$ y $K = 7$ $\frac{\partial P}{\partial K} = 25$ Interpretación La producción con respecto al capital aumenta en 25 unidades cuando la mano de obra vale 80 horas hombre por semana y 7 miles de soles (capital)</p>
A16	 <p>Génesis: estudiante A16₁ (D2₂)</p>	<p>Establecer 800 dólares por cada onza.</p>	 <p>Estudiante A16₁ (d3₁)</p>	<p>Cuando $\frac{\partial P}{\partial K}$; ∂P depende de lo que varíe ∂K, pero ∂P es constante.</p>
A17	 <p>Génesis: estudiante A17₂ (D5₁)</p>	<p>800 es la cantidad de onzas de oro a producir en la reciente mina.</p>	 <p>Estudiante A17₂ (d3₁)</p>	<p>La producción de una empresa va a depender de la mano de obra y de la inversión del capital para así la producción aumenten aproximadamente en miles de soles.</p>
A18	 <p>Génesis: estudiante A18₂ (D1₁)</p>	<p>El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares.</p>	 <p>Estudiante A18₂ (d3 - 1)</p>	<p>$\frac{\partial P}{\partial K}$ $K = 7$ (miles de soles) $L = 80$ (horas - hombre) Para producir 25 unidades aproximadamente, el capital debe ser 7000 soles y los hombres tendrían que trabajar 80 horas semanales.</p>

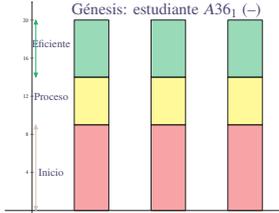
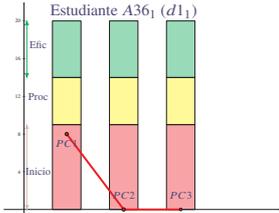
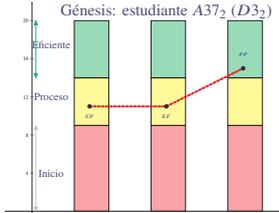
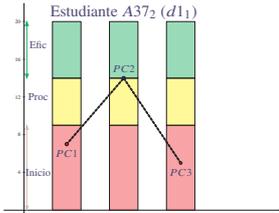
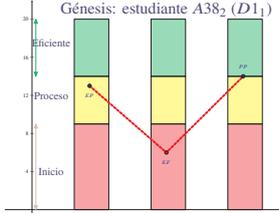
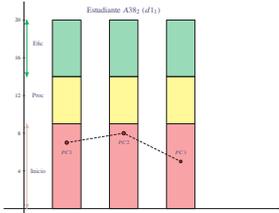
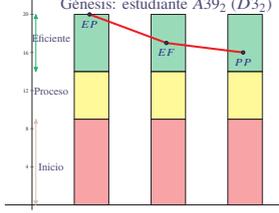
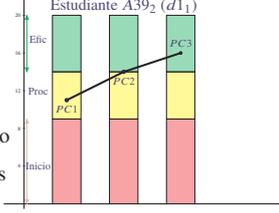
Elaboración propia

Tabla 6.4: Desempeño Académico A19, A20, A21, A22 y A23.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A19	 <p>Génesis: estudiante A19₂ (D5₁)</p>	Significa que por 800 onzas, el costo de producirlas sería de 17 dólares.	 <p>Estudiante A19₂ (d3₁)</p>	Interpretación económica: se deberá alcanzar las 80 horas hombre semanales con un inversión de S/ 7,000.00 para incrementar la producción en 25 unidades.
A20	 <p>Génesis: estudiante A20₁ (D6₁)</p>	Significa que el costo de producir la onza 799 es de 17 dólares.	 <p>Estudiante A20₁ (d3₁)</p>	Los datos indican que en <i>ceretis paribus</i> , es decir, cuando lo demás, en este caso las horas hombre semanales de trabajo permanece constante, el incremento de mil soles a la inversión de capital significa el aumento de producción en 25 unidades.
A21	 <p>Génesis: estudiante A33₂ (-)</p>	Significa hallar la primera derivada de la función costo y en la primera derivada reemplazamos el 800	 <p>Estudiante A33₂ (d1)</p>	Lo que el profesor nos trata de decir en esa función, es que la derivada de P en función de K es que si a la mano de obra se mantienen constante, el capital se incrementa de 7000 a 8000, entonces la producción aumenta aproximadamente en 25 unidades
A22	 <p>Génesis: estudiante A34₂ (D3₂)</p>	$C'(800) = 17$ Significa que cuando el costo en 800 hay 17 unidades de producto.	 <p>Estudiante A34₂ (d1₁)</p>	La producción aumenta aproximadamente en 25u cuando el capital aumenta de 7000 a 8000 y la mano de obra se mantiene constante.
A23	 <p>Génesis: estudiante A35₂ (D1₁)</p>	$C'(800) = 17 \rightarrow$ La primera derivada del costo de producir 800 onzas de oro es 17, lo cual vendría a ser el máximo relativo.	 <p>Estudiante A35₂ (d1₁)</p>	Si la inversión del capital pasa de 7000 a 8000 y la mano de obra permanece constante en 80 h-h por semana la producción se incrementa aproximadamente en 25 unidades.

Elaboración propia

Tabla 6.5: Desempeño Académico A24, A25, A26 y A27.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A24	 <p>Génesis: estudiante A361 (-)</p>	<p>Significa costo marginal de 800 onzas es \$17.</p>	 <p>Estudiante A361 (d11)</p>	<p> $P=L.K, K380L=7$ $P=80L.7k$ $P=700D$ $7000=80L.7K$ $7000=80L.7K$ $\frac{\partial P}{\partial K} = 25$ $L=80, K=7$ $25=80.71$ </p> <p>Si el capital se incrementa en una unidad de 7000 a 7001 y la mano de obra se mantiene constante la producción aumenta aproximadamente en 25 unidades. Asimismo, si la mano de obra aumenta de 80 a 81 horas hombres semanales y el capital se mantiene constante la producción aumenta aproximadamente en 25 unidades.</p>
A25	 <p>Génesis: estudiante A372 (D32)</p>	<p>Significa que "x" tiene como valor 800, entonces la derivada de $C(x)$ cuando x vale 800 es 17.</p>	 <p>Estudiante A372 (d11)</p>	<p> $\frac{\partial p}{\partial k} = 25$ $L_o = 80$ $L_f = 81$ $K_o = 7000$ $K_f = 7001$ $\frac{\partial p}{\partial k} / \frac{\partial p}{\partial L} +$ </p>
A26	 <p>Génesis: estudiante A382 (D11)</p>	<p>$C(x)$.</p>	 <p>Estudiante A382 (d11)</p>	<p> $\frac{\partial p}{\partial k} = 25$ $L_o = 80$ $L_f = 81$ $K_o = 7000$ $K_f = 7001$ $\frac{\partial p}{\partial k} / \frac{\partial p}{\partial L} +$ </p>
A27	 <p>Génesis: estudiante A392 (D32)</p>	<p>Deducimos que el costo de producción sería de 17 dólares mínimo si obtenemos o producimos 800 onzas de oro en una mina.</p>	 <p>Estudiante A392 (d11)</p>	<p>Si mantenemos la mano de obra constante en 80 horas hombre semanal y el capital se incrementa de 7000 soles a 8000 soles, entonces la producción aumenta aproximadamente 25 unidades.</p>

Elaboración propia

Tabla 6.6: Desempeño Académico A29, A30, A31 y A32.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A29	<p>Génesis: estudiante A29₁ (D2₂)</p>	<p>El costo marginal al producir la onza no 801 es de 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A29₁ (d1₁)</p>	<p>Si la inversión de capital aumenta de 7000 a 8000 soles y la mano de obra se mantiene CONSTANTE en 80 horas hombre, la producción incrementa aproximadamente en 25 unidades</p>
A30	<p>Génesis: estudiante A30₂ (D2₂)</p>	<p>Significa que la primera derivada del costo en dólares de 800 onzas de oro es igual a 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A30₂ (d1₁)</p>	<p>Económicamente se interpreta de la siguiente manera: $P(L, K)$, la derivada parcial de P con respecto a K = $25 \frac{\partial y}{\partial x}$ Y por último L=80 h-h y K=7000 soles cuando $\frac{\partial P}{\partial K} = 25$.</p>
A31	<p>Génesis: estudiante A31₂ (D2₂)</p>	<p>$C'(800) = 17 \rightarrow$ Significa que en la primera demanda de $C'(x)$ se produce un total de 800 onzas a un costo de 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A31₂ (d1₁)</p>	<p>L=80 K=7 $\frac{\partial P}{\partial K} = 25$ Interpretación: Cuando el capital invertido permanece constante en 7000 soles y la mano de obra también permanece constante, la producción aumentará aproximadamente en 25 unidades.</p>
A32	<p>Génesis: estudiante A32₂ (D3₂)</p>	<p>Significa que el costo de producir 800 onzas de oro es 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A32₂ (d1₁)</p>	<p>La empresa depende de la mano de obra, la cual es medida en horas hombre semanalmente y de la inversión del capital, para generar la producción, que es medida en unidades.</p>
A33	<p>Génesis: estudiante A33₂ (-)</p>	<p>$C'(800) = 17$</p>	<p>Estudiante A33₂ (d1₁)</p>	<p>Si la inversión del capital en una empresa aumenta de s/.7000 a s/.7001 pero la masa de esa se mantiene constante en 8 h/semanas, la producción va a aumentar aproximadamente en 25 unidades.</p>

Elaboración propia

Tabla 6.7: Desempeño Académico A49, A51, A52, A56 y A57.

Código Estudiante	Génesis del estudiante notas ciclo 2021-2	Situación Problema 1	Notas ciclo 2022-1	Situación Problema 2
A49	<p>Génesis: estudiante A49₂ (D1₁)</p>	<p>La derivada de 800 onzas de oro es 17.</p>	<p>Estudiante A49₂ (d1₁)</p>	<p>Por cada 80 horas de la mano de obra y la inversión de 7000 soles de capital la producción será 25 unidades.</p>
A51	<p>Génesis: estudiante A51₂ (D2₂)</p>	<p>Significa que la primera derivada del costo al producir 800 onzas de oro es 17.</p>	<p>Estudiante A51₂ (d1₁)</p>	<p>$\frac{\partial P}{\partial k} = 25$, cuando $L=80, K=7$ Significa en un contexto económico que su producción depende siempre de su capital quiere decir que su capital puede variar y la producción también varía, por consecuencia, la mano de obra tiene que ser constante sólo puede variar K porque es producción respecto a K.</p>
A52	<p>Génesis: estudiante A52₁ (D6₁)</p>	<p>Que la derivada de la función C(800) dará como respuesta 17, es decir el costo marginal al producir 800 onzas será 17.</p>	<p>Estudiante A52₁ (d1₁)</p>	<p>Si la inversión del capital varía de 7000 soles a 8000 soles y la mano de obra permanece constante, la producción aumentará aproximadamente en 25 unidades.</p>
A56	<p>Génesis: estudiante A56₂ (D1₁)</p>	<p>Se refiere a que el costo marginal en 800 onzas de oro es 17 dólares.</p>	<p>Estudiante A56₂ (d1₁)</p>	<p>La empresa depende de la mano de obra, la cual es medida en horas hombre semanalmente y de la inversión del capital, para generar la producción, que es medida en unidades.</p>
A57	<p>Génesis: estudiante A57₂ (D1₁)</p>	<p>El costo de producir 800 onzas de oro en una reciente mina es de 17 dólares</p>	<p>Estudiante A57₂ (d3₁)</p>	<p>La producción con respecto al capital invertido da una producción de 25 unidades cuando la mano de obra es 80h-h/semana y el capital es de 7000 soles.</p>

Elaboración propia



ACTA DE APROBACIÓN DE ORIGINALIDAD

Yo, Jeanette Baldramina González Castro

asesor / presidente de la Unidad de Investigación de la

Facultad	Ciencias		Educación		Ingeniería	
Departamento Académico						
Escuela de Posgrado	Maestría		Doctorado	x		

Programa: Doctorado en Matemática

De la Universidad Nacional del Santa. Asesor / Unidad de Investigación revisora del trabajo de Investigación intitulado:

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA
EN ESTUDIANTES DE UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA
MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOLÓGICO SEMIÓTICO.

Del estudiante / docente: Jexy Arturo Reyna Medina

De la escuela / departamento académico:

Constato que la investigación presentada tiene un porcentaje de similitud del...21... % el cual se verifica con el reporte de originalidad de la aplicación Turnitin adjunto.

Quién suscribe la presente, declaro el haber analizado dicho reporte y concluyo que las coincidencias detectadas no se conforman como plagio. A mi claro saber y entender, la investigación cumple con las normas de citas y referencias establecidas por la Universidad Nacional del Santa.

Nuevo Chimbote, 30 de octubre de 20 23.

Firma:

Nombres y Apellidos del Asesor/Presidente UIF: Jeanette Baldramina González Castro

DNI: 17907323





DECLARACION JURADA DE AUTORÍA

Yo, Jexy Arturo Reyna Medina
estudiante / docente de la

Facultad	Ciencias		Educación		Ingeniería	
Escuela Profesional						
Departamento Académico						
Escuela de Posgrado	Maestría		Doctorado	<input checked="" type="checkbox"/>		

Programa: Doctorado en Matemática

De la Universidad Nacional del Santa; Declaro que el trabajo de investigación intitulado:

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA
EN ESTUDIANTES DE UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA
MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOLÓGICO SEMIÓTICO.

presentado en 115 folios, para la obtención del Grado académico

Título profesional	<input type="checkbox"/>	Investigación anual	<input type="checkbox"/>
--------------------	--------------------------	---------------------	--------------------------

- He citado todas las fuentes empleadas, no he utilizado otra fuente distinta a las declaradas en el presente trabajo.
- Este trabajo de investigación no ha sido presentado con anterioridad ni completa ni parcialmente para la obtención de grado académico o título profesional.
- Comprendo que el trabajo de investigación será público y por lo tanto sujeto a ser revisado electrónicamente para la detección de plagio por el VRIN.
- De encontrarse uso de material intelectual sin el reconocimiento de su fuente o autor, me someto a las sanciones que determinan el proceso disciplinario.

Nuevo Chimbote, 31 de octubre de 20 23

Firma:

Nombres y Apellidos: Jexy Arturo Reyna Medina

DNI: 08131583



ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOLÓGICO SEMIÓTICO

por Jexy Arturo REYNA MEDINA

Fecha de entrega: 31-oct-2023 06:35p.m. (UTC-0500)

Identificador de la entrega: 2213627020

Nombre del archivo: Tesis_JexyReynaVF.pdf (2.74M)

Total de palabras: 30506

Total de caracteres: 156508

ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE UNA UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA MEDIANTE EL ENFOQUE ONTOLÓGICO SEMIÓTICO

INFORME DE ORIGINALIDAD



FUENTES PRIMARIAS

1 funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet 5%

2 enfoqueontosemiotico.ugr.es Fuente de Internet 3%

3 hdl.handle.net Fuente de Internet 1%

4 brainly.lat Fuente de Internet 1%

5 bdigital.uncu.edu.ar Fuente de Internet 1%

6 www.coursehero.com Fuente de Internet <1%

7 www.slideshare.net Fuente de Internet <1%

8 repositorio.uns.edu.pe Fuente de Internet <1%

9	repositorio.uptc.edu.co Fuente de Internet	<1 %
10	qdoc.tips Fuente de Internet	<1 %
11	repositorio.une.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
12	www.researchgate.net Fuente de Internet	<1 %
13	www.fceia.unr.edu.ar Fuente de Internet	<1 %
14	dokumen.pub Fuente de Internet	<1 %
15	idoc.pub Fuente de Internet	<1 %
16	repositorioinstitucional.unison.mx Fuente de Internet	<1 %
17	es.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
18	www.clame.org.mx Fuente de Internet	<1 %
19	Submitted to Universidad de Los Lagos Trabajo del estudiante	<1 %
20	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	<1 %

21	tdx.cat Fuente de Internet	<1 %
22	www.seiem.es Fuente de Internet	<1 %
23	hera.ugr.es Fuente de Internet	<1 %
24	repositorio.unan.edu.ni Fuente de Internet	<1 %
25	indianaiproduction.com Fuente de Internet	<1 %
26	Submitted to Unviersidad de Granada Trabajo del estudiante	<1 %
27	reviem.com.ve Fuente de Internet	<1 %
28	digibug.ugr.es Fuente de Internet	<1 %
29	Submitted to RMIT University Trabajo del estudiante	<1 %
30	clame.org.mx Fuente de Internet	<1 %
31	dokumen.site Fuente de Internet	<1 %
32	pt.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %

33	repositorio.unp.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
34	www.clubensayos.com Fuente de Internet	<1 %
35	www.pagvf.esy.es Fuente de Internet	<1 %
36	revistaparadigma.online Fuente de Internet	<1 %
37	www.uniatlantico.edu.co Fuente de Internet	<1 %
38	Submitted to Universidad Carlos III de Madrid Trabajo del estudiante	<1 %
39	Submitted to Universidad Nacional del Santa Trabajo del estudiante	<1 %
40	Submitted to Universidad de San Buenaventura Trabajo del estudiante	<1 %
41	Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola Trabajo del estudiante	<1 %
42	repositorio.minedu.gob.pe Fuente de Internet	<1 %
43	www.scielo.org.co Fuente de Internet	<1 %

44	www.soarem.com.ar Fuente de Internet	<1 %
45	dspace.unach.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
46	Submitted to una Trabajo del estudiante	<1 %
47	repository.udistrital.edu.co Fuente de Internet	<1 %
48	core.ac.uk Fuente de Internet	<1 %
49	scielo.sld.cu Fuente de Internet	<1 %
50	www.senado-ba.gov.ar Fuente de Internet	<1 %
51	doku.pub Fuente de Internet	<1 %
52	dspace.utb.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
53	www.aprendemachinelearning.com Fuente de Internet	<1 %
54	www.freepatentsonline.com Fuente de Internet	<1 %
55	"Interrelación entre habilidades del siglo XXI en estudiantes escolares", Pontificia	<1 %

Universidad Católica de Chile, 2023

Publicación

56 Edna Rocio Trujillo Alarcón, Johnny Fernando Alvis Puentes, Mercy Lili Peña Morales. <1 %

"Aproximación al desarrollo de la competencia matemática resolver problemas:", TANGRAM - Revista de Educação Matemática, 2022

Publicación

57 docplayer.es <1 %

Fuente de Internet

58 issuu.com <1 %

Fuente de Internet

59 Submitted to Universidad Internacional de la Rioja <1 %

Trabajo del estudiante

60 repositorio.bibliotecaorton.catie.ac.cr <1 %

Fuente de Internet

61 servicio.bc.uc.edu.ve <1 %

Fuente de Internet

62 dspace.ucuenca.edu.ec <1 %

Fuente de Internet

63 ri.uagro.mx:8081 <1 %

Fuente de Internet

64 unividafulp.edu.co <1 %

Fuente de Internet

65

usermanual.wiki

Fuente de Internet

<1 %

66

vsip.info

Fuente de Internet

<1 %

67

www.tdx.cat

Fuente de Internet

<1 %

68

www.unioviado.es

Fuente de Internet

<1 %

69

Submitted to Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO) - Sede Ecuador

Trabajo del estudiante

<1 %

70

Submitted to Universidad Nacional de Costa Rica

Trabajo del estudiante

<1 %

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo