

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL SANTA

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y HUMANIDADES

ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



**“LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS”**

**TRABAJO MONOGRÁFICO PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL
DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD MATEMÁTICA,
COMPUTACIÓN Y FÍSICA**

TESISTA:

Bach. MACHADO AGUIRRE, Paul Junnior

ASESOR:

Dr. CEDRÓN LEÓN, Ernesto Antonio

NUEVO CHIMBOTE - PERU

2017

HOJA DE CONFORMIDAD DEL ASESOR

El presente trabajo monográfico titulado **“LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS”** ha contado con el asesoramiento del Dr. ERNESTO ANTONIO CEDRÓN LEÓN quien deja constancia de su aprobación.

Dr. ERNESTO ANTONIO CEDRÓN LEÓN

Terminada la sustentación de la monografía titulada “**LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS**” se considera aprobado al Señor Bachiller Paul Junnior Machado Aguirre, dejando constancia de ello el jurado integrado por:

Dr. ERNESTO ANTONIO CEDRÓN LEÓN
PRESIDENTE

Dr. José Gariza Cuzquipoma
INTEGRANTE

Ms. Antenor Mariños Castillo
INTEGRANTE

DEDICATORIA

Al ser supremo por haberme dado
las fuerzas, para poder terminar mi
carrera profesional y ser un ciudadano
de bien.

A mis abuelos maternos, **MARTINA LLANTO y FLORENTINO AGUIRRE**, quienes fueron las personas que apostaron por mí, venciendo todos los obstáculos a pesar de su edad. Sé que desde el cielo este trabajo les enorgullece y están felices por ver a su nieto como sigue en el sendero de la superación.

A mi madre **Hilda AGUIRRE**, por apoyarme en todo momento, al igual que a mis Hermanos: **Franklin, Andy y Belinda**; y a mis tíos: **Luciano, Nelson, Isaura, Rita y Elva**.

AGRADECIMIENTO

Quiero agradecer al Doctor **Ernesto Antonio CEDRÓN LEÓN**, por su asesoramiento en la elaboración de este trabajo monográfico, con su orientación y revisión, se culmina satisfactoriamente la elaboración y sustentación de la monografía.

A toda mi **familia materna**, que de una u otra manera contribuyeron en mi formación profesional.

A mis **dilectos maestros** de la Universidad Nacional del Santa, que me enseñaron durante los diez ciclos, contribuyendo en mí sus conocimientos y legado.

ÍNDICE

DEDICATORIA	04
AGRADECIMIENTO	05
INTRODUCCIÓN	07
CAPITULO I: GENERALIDADES	09
1.1. EDUCACIÓN	10
1.2. ENSEÑANZA	15
1.3. APRENDIZAJE	27
1.4. MATEMÁTICA	31
1.5. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?	36
1.6. CLASES DE PROBLEMAS	38
1.7. RASGOS QUE CARACTERIZAN A LOS BUENOS PROBLEMAS	39
CAPITULO II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	41
2.1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	42
2.2. ETAPAS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	43
2.3. FACTORES QUE AFECTAN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	44
2.4. VENTAJAS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	47
CAPITULO III: ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	48
3.1. ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	49
3.2. ASPECTOS BÁSICOS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	50
3.3. PREPARACIÓN NECESARIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	52
3.4. ETAPAS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	53
3.5. IMPORTANCIA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	58
3.6. PROPUESTA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	60
3.7. ESQUEMATIZACIÓN Y EJEMPLIFICACIÓN DE LA PROPUESTA	63
CONCLUSIONES	64
SUGERENCIAS	65
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66

INTRODUCCIÓN

Sin duda; la matemática tiene una gran importancia formativa, pues desarrolla la capacidad de pensar al formar estructuras lógicas de pensamiento.

A su vez, la matemática tiene gran importancia, porque las estructuras mentales permiten afrontar positivamente situaciones nuevas o problemas.

Si queremos dar énfasis a la parte formativa y utilitaria de la matemática, es necesario una didáctica especial que facilite el aprendizaje, donde el alumno sea un ente participativo y dinámico, no un simple receptor de conocimientos, siendo el docente el guía de la acción en el campo de la investigación.

Hoy en día los educandos tienen muchas dificultades para poder: analizar, plantear, resolver y verificar un problema matemático. Porque en su mayoría sólo aprenden las matemáticas resolviendo ejercicios de una manera mecánica, sin saber el ¿por qué? o ¿cómo? salió dicha respuesta. En cambio cuando ese mismo ejercicio lo traducimos en un problema, la gran mayoría de educandos no tienen idea de cómo plantearlos, esto a falta de conocer los pasos que se deben seguir para poder resolver un problema matemático.

Es por ello que el presente trabajo monográfico, nace como una profunda inquietud por quienes nos hemos visto involucrados, en algún nivel educativo, con la enseñanza de la matemática.

Abordar “**LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**”, demanda de la precisión de algunos conceptos, es por ello que se ha dividido en tres capítulos.

En el primer capítulo:

Se presentan conceptos generales como: educación, enseñanza, aprendizaje, matemática, ¿Qué es un problema?, clases de problemas y los rasgos que caracterizan a los buenos problemas.

En el segundo capítulo:

Se considera el aspecto teórico referente a la solución de problemas, etapas de la resolución de problemas, factores que afectan la resolución y sus ventajas.

En el tercer capítulo:

Se trata todo lo referente a la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas: aspectos básicos, preparación necesaria para la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, etapas y su importancia.

Asimismo, se presenta una propuesta y aplicación práctica para la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, mediante un esquema.

De esta manera, se pretende aportar un trabajo de reflexión que enriquezca la acción docente, en beneficio de la formación matemática de los estudiantes. Porque es un problema que aqueja en nuestros educandos desde hace mucho tiempo, y espero que con este trabajo se avance un poco en dicha dificultad, para de esta manera ver a los problemas matemáticos como un simple ejercicio.

CAPITULO I
GENERALIDADES

1.1. EDUCACIÓN

La educación a lo largo de todo su proceso histórico ha ido evolucionando, adoptando así diferentes enfoques. Actualmente tiene una concepción centrada más en el aprendizaje donde el alumno aprende a aprender y la enseñanza ya viene a hacer la tarea del docente pasa a un segundo nivel. Hace algunos años la educación ha dedicado más tiempo y esfuerzo a la transmisión de información, a una concepción tradicionalista, alcanzando en la actualidad otra connotación que se oriente al logro de transformaciones personales o sociales para alcanzar el desarrollo integral de la persona.

En la publicación del Ministerio de Educación (2004), se concibe a la educación como un proceso personal, social y cultural por el cual las personas se desarrollan en forma integral, cooperativa y armónica, en beneficio personal y de su grupo social.

Luis Villalobos (2007) considera a la educación como la actividad que consiste en guiar o proporcionar, desde afuera, lo necesario para construir.

Esto implica actuar sobre los educandos desarrollando sus inquietudes, espíritu crítico y creativo, para rescatar de sí mismo lo más valioso: sus talentos y capacidades innovadoras.

Así mismo lo afirma Benito Juárez (1999): cambiar la educación centrada en la enseñanza y en el docente, por una educación centrada en el aprendizaje y en el alumno.

Esta nueva concepción de la educación toma la perspectiva del aprendizaje, como nuevo enfoque que libera al educando de su condición de receptor de la transmisión de conocimientos y lo transforma en protagonista del proceso educativo. El punto de partida es el alumno, y por lo tanto, se hace necesario el empleo de nuevas estrategias para que él logre aprender de un modo más profundo. En esencia la educación es un proceso de perfeccionamiento permanente para potenciar capacidades y superar limitaciones personales con la finalidad de irradiarlas a la sociedad.

Según Walter Peñaloza (2005) la educación es un proceso muy complejo intrínsecamente y difícil de materializar en forma plena. Por ello podemos expresar que para Peñaloza el fin de la educación es buscar que los educandos se realicen integralmente como seres humanos, lo cual implica estimular su libertad y autonomía.

PROPÓSITOS DE LA EDUCACIÓN SEGÚN WALTER PEÑALOZA:

- ❖ **HOMONIZACIÓN:** Desarrollo de la persona. Despliegue de sus potencialidades físicas, anímicas y espirituales: autonomía, libertad, aprehender valores.
- ❖ **SOCIALIZACIÓN:** Relación con el grupo humano: padres, familia, personas mayores (entorno humano).
- ❖ **CULTURACIÓN:** Incorporación de la cultura: capacidad de crear cultura y vivir dentro de un entorno cultural.

Augusto Salazar Bondy (1962) afirma que la educación cumple una función esencial de socialización gracias a que los individuos se integran

a su comunidad por lo cual se debe examinar la personalidad que ha logrado el educando y no se le puede medir por los conocimientos acumulados o habilidades adquiridas.

Educar no es instruir en cual o tal materia, es enseñar a vivir, buscar el desarrollo personal de los individuos, como lo es el desarrollo de la inteligencia interpersonal e intrapersonal.

Para Cristina DIENES (1992) considera que la educación es concebida como inherente a toda la vida. Lo esencial no está en el hecho de apropiarse de contenidos, sino en el desarrollo de capacidades que permitan al sujeto “aprender a aprender, es decir es un proceso permanente que posibilita la realización personal, la participación competente y la integración activa en el quehacer social y en las decisiones que afectan en la sociedad en su conjunto, generando así una incesante transformación recíproca entre el hombre y su medio”

Según Fermín CEBRECOS (2002), sostiene que la educación es una ciencia humana donde la teoría y la praxis tienen que estar férreamente vinculadas.

Asimismo, considera que la educación metodológicamente, ha de consistir en enseñar a pensar y, considerar teleológicamente ha de consistir en aprender a pensar. Su método ha de abarcar también el cambio de conciencia, tanto en el educando como en el docente.

Se trata en consecuencia, de una doble misión, de lo que han de retroalimentarse en simbiosis nunca interrumpida: el docente y el educando.”

Según Adrian Ashman (1988) el objetivo de la educación es la adaptación social del ser humano. La educación tiene un significado individual y particular, puesto que el hombre experimenta infinitas interacciones con su medio que dirigen su aprendizaje, características propias de la inteligencia interpersonal.

Antonio Encinas (2003) afirma que la educación es un proceso sociocultural basada en la justicia y libertad, buscando el bienestar colectivo solidario y el desarrollo individual de cada estudiante.

Analizando los planteamientos anteriores, se asume que la educación como proceso, implica una serie de acciones que van a permitir el desarrollo integral de la persona, para su desenvolvimiento eficaz en la sociedad.

1.1.1 CONCEPCIÓN DE LA EDUCACIÓN

Según Enrique Pestalozzi, citado por Mayer (1967), la educación es el desarrollo natural de todas las facultades, en donde el modelo de la educación es el hogar; el maestro debe actuar como un padre cariñoso, desarrollar la iniciativa en los alumnos. Sostenía que la abstracción se llega sólo cuando se han dominado las ideas concretas. Además afirma que el niño es quien debe descubrir el conocimiento por su propia actividad.

Lorenzo LUZURIAGA (1961), Gutiérrez y vega (1995) cita a John DEWEY, quien considera a la educación como un proceso de reconstrucción social, proceso que comienza con el nacimiento y se prolonga a lo largo de toda la vida. El niño debe ser más natural y espontáneo, el cual se convierte en el centro del proceso educativo

hacia el cual se vuelven las aplicaciones de la educación. El aprender es actividad en el sentido del uso de materiales didácticos y toma relevancia por promover un aprendizaje en el alumno.

Giuseppe NERICE (1997) sostiene que, la educación es vista por el hombre como un proceso de cambio social que se da en un momento histórico completo. Se toma a la educación como un factor de cambio social porque el educar al hombre con nuevas formas de pensar, sentir y actuar permiten convertirlo en un agente activo social de cambio que contribuye a transformar radicalmente la sociedad para lo cual se requiere cada vez más y de acuerdo a la época en que se vive de un hombre competente (crítico, creador y cooperador), con el fin de que se logren desarrollar las sociedades a nivel mundial. Sin embargo bajo esta connotación NERICE, sostiene que la educación es un proceso de acción sobre el individuo a fin de llevarlo a un estado de madurez que lo capacite para enfrentar la realidad de manera consciente, equilibrada, eficiente y responsable. En la actualidad, la falta de una estrategia metodológica hace muchas veces que el logro de aprendizajes de los alumnos no sea muy apropiado, es por ello que nuestra labor como docentes está orientada a encontrar una estrategia metodológica que sirva de base para un mejor aprendizaje y donde el alumno sea el constructor de su propio aprendizaje.

Según María MONTESSORI (1979) la educación debe ser una ayuda en la vida por lo tanto debe ser un instrumento para el apoyo y guía del niño en la monumental tarea de edificar los cimientos de su personalidad.

De acuerdo a estas concepciones se puede concluir que la educación es el proceso sociocultural permanente orientado a la formación integral de las personas y el desarrollo de la sociedad, preparándolas para que sean capaces de transformar y crear cultura promoviendo sus roles y responsabilidades ciudadanas. Para poder llevar en buen término nuestra labor educativa, nuestros métodos, procedimientos y técnicas; deben proporcionar a los alumnos los instrumentos necesarios para dar solución a sus problemas de su entorno.

1.2. ENSEÑANZA

La enseñanza es la acción y efecto de enseñar (instruir, adoctrinar y amaestrar con reglas o preceptos). Se trata del sistema y método de dar instrucción, formado por el conjunto de conocimientos, principios e ideas que se enseñan a alguien.

El Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP) de Cuba, en su libro, Pedagogía, con edición de 1988, destaca que la enseñanza, como un proceso, se manifiesta bilateralmente, donde por un lado existe la acción del docente y la reacción del discente. La enseñanza constituye el proceso de organización de la actividad cognoscitiva. Dicho proceso se manifiesta de una forma bilateral e incluye tanto la asimilación del material estudiado o actividad del alumno (aprender) como la dirección de este proceso o actividad del maestro. En otras palabras, la enseñanza sería una moneda con sus dos caras: en una la acción docente, en la otra, la reacción, lógica, de un aprendizaje objetivo, específico, de un determinado currículo, que se

denomina aprendencia, para diferenciarlo del aprendizaje innato y natural. Por tanto, es obvio utilizar la expresión enseñanza-aprendizaje, para enfatizar la actividad del profesor, o maestro, para incentivar el aprendizaje.

Jorge ALIAGA (1995) nos dice que enseñar es dirigir con técnicas apropiadas el proceso de aprendizaje de los educandos en una asignatura determinada.

Asimismo, precisa que los términos enseñanza y aprendizaje son correlativas, es decir no puede existir uno sin el otro.

De acuerdo a la publicación del Ministerio de Educación (2003) la enseñanza es el conjunto de roles y acciones intencionadas que desarrolla el docente en interacción con sus educandos y los contenidos escolares, con el propósito de crear oportunidades que permitan a los estudiantes enriquecer, desarrollar sus capacidades y saberes personales, a lo largo del proceso de sus aprendizajes.

Aurelio CRISOLOGO (1992) sostiene que la enseñanza es una serie de actos que realiza el docente con el propósito de crear condiciones adecuadas que le den a los educandos la posibilidad de aprender, es decir de vivir experiencias que le permitan adquirir nuevas conductas o modificar las existentes.

En base a las diversas concepciones se puede deducir que la enseñanza, es el conjunto de técnicas o metodologías que emplea el docente para

favorecer el mejor aprendizaje de los educandos, con el fin de que se logren los objetivos trazados, durante el año lectivo escolar.

1.2.1 INVESTIGACIÓN SOBRE LA ENSEÑANZA

Phineas GAGE (1963) en base a la enseñanza presentó una amplia reseña de los paradigmas para la investigación sobre la enseñanza en el primer Handbook of Research on Teaching, compilado bajo su dirección. Revisó una gran cantidad de ejemplos de paradigmas tomados de otras ciencias sociales, que podrían resultar valiosos para los estudios de la enseñanza, y después procedió a examinar los que se habían usado para la investigación sobre la enseñanza en el aula. Sin duda, la fuente más influyente de paradigmas para el estudio de la enseñanza provenía de la psicología, y especialmente de la perspectiva conductista, experimental y funcional de esa disciplina. Gage definió los paradigmas de «criterio de eficacia» que especificaban los criterios para juzgar el éxito con que un docente había realizado sus tareas, y relacionaba ese criterio con una serie de correlatos potenciales para discernir aquellos que estaban más consistente y fuertemente asociados con el logro del criterio Correlatos potenciales Criterio de eficacia.

Asimismo distinguió entre varios tipos de criterios de eficacia (y micro criterios, variables, de resultados específicos y no generales) así como también entre varios tipos de modelo. Después examinó los paradigmas del proceso de enseñanza, donde el énfasis de la investigación estaba puesto en caracterizar las conductas observables del profesor y el

estudiante en el aula, en tanto que estaban relacionadas con las medidas del desarrollo del alumno. Al resumir los diversos modelos de investigación del proceso de la enseñanza encontró cuatro elementos comunes. Estos eran:

- a. Los procesos perceptuales y cognitivos del enseñante que daban como resultado.
- b. Elementos de acción por parte del profesor.
- c. Los actos del profesor van seguidos de procesos perceptuales y cognitivos por parte del alumno, lo cual a su vez conduce a acciones por parte de los alumnos.

Unos diez años más tarde, en *The Study of Teaching*, DUNKIN Y BIDDLE (1974) construyeron un modelo para la investigación de la enseñanza basado en una formulación anterior de MITZEL (1960).

Ellos planteaban cuatro clases de variables: variables de presagio (características del profesor, experiencias, formación y otras propiedades que influyen sobre la conducta docente); variables de contexto (propiedades de los alumnos, de la escuela y la comunidad y del aula); variables de proceso (acciones observables de profesores y alumnos en el aula); y variables de producto (efectos inmediatos y a largo plazo de la enseñanza sobre el desarrollo del alumno en lo intelectual, lo social, lo emocional, etc.).

Los determinantes potenciales de la enseñanza y el aprendizaje en el aula son los tres atributos significativos de los actores: capacidades, acciones y pensamientos. Las capacidades son las características relativamente estables y duraderas de aptitud, propensión, conocimiento o carácter propios de los actores, y sin embargo, susceptibles de modificación a través del aprendizaje o del desarrollo. Las acciones comprenden las actividades, el rendimiento o la conducta de los actores, los actos de habla o los actos físicos observables de los profesores y de los estudiantes. Los pensamientos son las cogniciones, las meta cogniciones, las emociones y los propósitos: los estados mentales y emocionales tácitos que preceden, acompañan y siguen a las acciones observables, oscureciendo con frecuencia (o reflejando) cambios en las capacidades más duraderas. Tanto los pensamientos como la conducta pueden convertirse en capacidades (bajo la forma, por ejemplo, de conocimiento y hábitos o habilidades). Las actividades de la enseñanza pueden tener lugar dentro de una serie de contextos, «entornos» que definen en parte el medio en el cual se produce la enseñanza: individual, de grupo, la clase, la escuela, la comunidad. Dentro de cada uno de estos niveles colocados uno dentro de otro.

1.2.2 CLASIFICACIÓN DE LOS MATERIALES DE ENSEÑANZA

En base a las observaciones como docente, consideramos que los materiales se clasifican en tres grupos y ellos son:

A) Reales: Son los objetos que pueden servir de experiencia directa al alumno para poder acceder a ellos con facilidad. Algunos ejemplos son:

- Plantas, animales.

- Objetos de uso cotidiano.
- Instalaciones urbanas, agrícolas, de servicios.
- Y cuantos objetos acerquen la realidad al alumno.

B) Escolares: Los propios del centro, cuyo único y prioritario destino es colaborar en los procesos de enseñanza.

- Laboratorios, aulas de informática.
- Biblioteca, mediateca, hemeroteca.
- Gimnasio, laboratorio de idiomas.
- Globos terráqueos, encerados o pizarras electrónicas.

C) Simbólicos: Son los que pueden aproximar la realidad al estudiante a través de símbolos o imágenes. Dicha transmisión se hace por medio del material impreso o por medio de las nuevas tecnologías:

- Como material impreso, tenemos: Textos, libros, fichas, mapas, etc.
- Entre los que transmiten la realidad por medios tecnológicos, incluimos los recursos cuya denominación se otorga por el canal que utilizan para presentar la realidad. Así, los tenemos:
 - Icónicos: retroproyector, diapositivas, etc.

1.2.3 ENSEÑANZA TEÓRICA DE LA MATEMÁTICA.

Se adopta una perspectiva piagetiana, en el sentido de que se postula que todo conocimiento se construye por interacción constante entre el sujeto y el objeto, pero se distingue de otras teorías constructivistas por su modo de afrontar las relaciones entre el alumno y el saber. Los contenidos son el substrato sobre el cual se va a desarrollar la jerarquización de estructuras mentales.

Pero además, el punto de vista didáctico imprime otro sentido al estudio de las relaciones entre los dos subsistemas (alumno - saber). El problema principal de investigación es el estudio de las condiciones en las cuales se constituye el saber pero con el fin de su optimización, de su control y de su reproducción en situaciones escolares. Esto obliga a conceder una importancia particular al objeto de la interacción entre los dos subsistemas, que es precisamente la situación - problema y la gestión por el profesor de esta interacción.

Una situación didáctica es un conjunto de relaciones explícita y/o implícitamente establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el profesor con un fin de permitir a los alumnos aprender – esto es, reconstruir algún conocimiento. Las situaciones son específicas del mismo.

Para que el alumno "construya" el conocimiento, es necesario que se interese personalmente por la resolución del problema planteado en la situación didáctica. En este caso se dice que se ha conseguido la devolución de la situación al alumno.

El proceso de resolución del problema planteado se compara a un juego de estrategia o a un proceso de toma de decisiones. De este modo, la teoría de situaciones es una teoría de aprendizaje constructiva en la que el aprendizaje se produce mediante la resolución de problemas. Como teoría de resolución de problemas, asigna un papel crucial al resolver.

Comparada, por ejemplo con la Teoría del Procesamiento de la Información que asimila el proceso de resolución con el funcionamiento de un ordenador, asigna al educando el papel de un decisor que desea hallar la estrategia ganadora y tiene la posibilidad de modificar su estrategia inicial una vez iniciado el proceso de solución.

Por otro lado, debido a la peculiar característica del conocimiento matemático que incluye, tanto conceptos, como sistemas de representación simbólica y procedimientos de desarrollo y validación de nuevas ideas matemáticas, es preciso contemplar varios tipos de situaciones:

✓ **SITUACIONES DE ACCIÓN**

Sobre el medio, que favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos proto-matemáticos.

✓ **SITUACIONES DE FORMULACIÓN**

Que favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. En estas suelen diferenciarse las situaciones de comunicación que son las situaciones de formulación que tienen dimensiones sociales explícitas.

✓ **SITUACIONES DE VALIDACIÓN**

Requieren de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto explicaciones de las teorías relacionadas, mediante los medios que subyacen en los procesos de demostración.

✓ **SITUACIONES DE INSTITUCIONALIZACIÓN**

Que tiene por finalidad establecer y dar un "status" oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase. En particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc., que deben ser retenidas para el trabajo posterior.

1.2.4 ENSEÑANZA PRÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.

Las leyes describen y presentan una matemática acorde con los tiempos actuales; sin embargo, en la práctica escolar se reproducen las mismas estrategias matemáticas que utilizaron hace años en la formación de los actuales maestros.

Los niños “aprenden”, si se puede llamar aprender, las grafías de los números repitiéndolas una y otra vez, en ocasiones escriben el número, aunque no lo comprenden y hacen grandes páginas de suma y resta, una vez aprendido el mecanismo.

Las actividades con el libro de textos consisten en rellenar y hacer ejercicios repetitivos que posteriormente y en el mejor de los casos, serán corregidos por los profesores que las calificará como bien o mal sin dar al alumno la oportunidad de discutir sobre la actividad realizada.

En los niveles superiores de educación secundaria se utiliza como material exclusivo los libros de textos, se apoya la realización de la actividad de forma individual y las correcciones de grupo, se han observado el fomento

de las actividades que favorecen el pensamiento convergente y las repeticiones mecánicas.

La matemática tal y como se viene trabajando usualmente en la escuela no fomentan la aparición de la intuición ni del razonamiento matemático, tampoco favorece la resolución de problemas. Como sólo se estimulan actividades mecánicas, es significativo ver que los niños y las niñas dejan encontrarle sentido a la experiencia de aprender matemáticas; se vuelven receptores pasivos de reglas y procedimientos, más que participantes activos en la creación de conocimientos. Esta forma de concebir la matemática inhibe en el niño la capacidad de pensar, de construir su conocimiento, de convertirse en un individuo crítico y creativo y fomenta, por el contrario, la pasividad, la conformidad y en suma, la mediocridad.

Si se consigue una buena intervención en matemáticas, se ha demostrado que se convierte en materia clave de los primeros años de la escolaridad obligatoria.

La matemática ayuda al niño a desarrollar su inteligencia, les enseña a pensar, favorecen al desarrollo de las capacidades y procesos cognitivos, facilitan la comunicación con el profesor y su grupo de iguales, a la vez que le posibilitan para encontrar y usar estrategias, repercutiendo sus logros en las demás áreas, así como en su desarrollo integral como persona inmersa en una sociedad.

La matemática se puede convertir en el vehículo que propicie en los estudiantes un enfoque de aprendizaje profundo y de alto rendimiento frente a otro más superficial centrado en hechos y en la memorización.

Las investigaciones han demostrado una relación positiva y alta entre estos dos factores. Por eso el planteamiento anclado en el tiempo que se está dando a esta materia ha de terminar y en el aula los profesores han de posibilitar un tratamiento distinto siendo todas las propuestas un tratamiento distinto, siguiendo todas las propuestas y recomendaciones que expresamos a continuación.

1.2.5 SUGERENCIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

En concordancia con el desarrollo evolutivo del educando de Educación Secundaria, se sugiere considerar, de manera secuencial, las siguientes etapas, según José Encinas:

A. Situaciones de juego y experiencias directas:

En esta etapa los adolescentes participan activamente en acciones lúdicas que conducen al descubrimiento de una nueva noción.

B. Manipulación de material concreto:

Consiste en la exploración del objeto. A través de esta actividad, el adolescente descubre las propiedades y relaciones de los materiales con que juega y manipula. No debe preocuparnos el tiempo empleado en esta etapa, es aquí donde los adolescentes adquieren experiencias valiosas para realizar clasificaciones posteriores.

C. Uso de material gráfico:

Esta etapa se realiza generalmente después de las dos anteriores. Crea situaciones de búsqueda por parte del adolescente, le incitará a desarrollar estrategias, que los llevan a descubrir soluciones.

D. Utilización de símbolos:

Es una etapa superior en la que los educados utilizan los símbolos de la matemática. Los ponen en práctica al desarrollar interrogantes y problemas en su vida cotidiana.

E. Reforzamiento de la noción adquirida:

En esta etapa el profesor creará nuevas situaciones de aprendizaje cuidadosamente elaboradas, para reforzar los aprendizajes adquiridos, asegurando el logro de ellos, por parte del educando.

Los docentes enriquecerán estas etapas con acciones, a partir de sus experiencias, orientando al educando al descubrimiento de una noción que proporcionará una mejor formación Matemática, evitando el aprendizaje memorístico en donde los contenidos sean aprendidos a través de la práctica en la cotidianidad.

1.3. APRENDIZAJE

El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes en humanos, animales y sistemas artificiales. Se trata de un concepto que consiste, en términos generales, en la adquisición de conocimientos a partir de una determinada información percibida.

En tal sentido, Leslie GREENBERG (1987) nos dice que el aprendizaje se define técnicamente como un cambio relativamente estable en la conducta del sujeto como resultado de la experiencia, producidos a través del establecimiento de asociaciones entre estímulos y respuestas mediante la práctica en un nivel elemental, supuesto que comparte la especie humana con algunos.

Entonces es importante responder a la siguiente interrogante: ¿Cómo ocurre el aprendizaje significativo?

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información “**se conecta**” con un concepto relevante preexistente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionan como un punto de anclaje a las primeras.

Por lo tanto aprender significativamente es provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social, lo que se desea es aprender.

El Ministerio de Educación (2002) define al aprendizaje como una actividad de construcción personal de representaciones significativas de un objeto o de una situación de la realidad, que se desarrolla como producto de la actividad del sujeto en ella.

Harry BROUDY (1992:39) plantea al respecto:

“El aprendizaje, en su acepción más general, es la clave del cambio, que usa los resultados de la experiencia anterior. Algunos aprendizajes son conscientes, pero muchos no lo son. Dado que los seres retienen sus experiencias y como lo que se retiene da forma a las reacciones posteriores, aprender es casi tan inevitable como respirar”

Jorge ALIAGA (1995) concibe el aprendizaje como un proceso integral que permite producir cambios conductuales en el sujeto

.

Referente a los planteamientos anteriores sobre aprendizaje, se puede afirmar que, el aprendizaje por ser una actividad de construcción de conocimientos, debe darse en las condiciones adecuadas, que permitan el desarrollo de aptitudes, habilidades y destrezas del educando.

1.3.1. LINEAMIENTOS TEÓRICOS RESPECTO AL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

La psicología cognitiva busca comprender como se procesa y se estructura en la memoria la información que se recibe, es decir que propugna el desarrollo de estrategias de aprendizaje de los alumnos, bajo enfoques

“aprender, aprender” o “aprender a pensar” mediante la aplicación de metodologías activas o interactivos que promueven aprendizajes significativos pertinentes o sostenibles.

Antonio ONTORIA (1998) define el aprendizaje como proceso de desarrollo de estructuras significativas.

Al respecto David AUSBEL (1995) define que la estructura cognitiva de una persona decide acerca de la significación del material nuevo y de su adquisición y retención.

Pero José BRUNNER (citado por RODRIGUEZ, 2001) observó que una de las recompensas de mayor importancia del aprendizaje está en poder manejar conocimientos y no simplemente reproducirlos. Se desarrolla la capacidad pensante sobre la base del cultivo de la expresión oral y el desarrollo de la capacidad oral. Para poder comprender la estructura significativa aprender a relacionar los hechos, ideas y conceptos entre sí.

El aprendizaje supone un descubrimiento y comprensión del mundo exterior, y la incorporación asimismo, es decir, un aprendizaje significativo, que responde a las necesidades e intereses del alumno.

A fin de que el aprendizaje sea realmente significativo el aprendizaje debe reunir varias condiciones, la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo

también de la disposición (motivación y actitud) de éste, por aprender así como de la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizajes.

Según Fermín CEBRECOS (2002) nos dice que el aprendizaje significativo es la acumulación de conocimientos previos o ideas previas, asignándoles un significado propio a través de las actividades por descubrimiento y de actividades por extensión.

Un aprendizaje se dice que es significativo cuando una nueva información (concepto, ideas, proposición, modelo matemático) adquiere significados para el aprendizaje a través de una especie de anclaje en aspectos relevantes de la estructura cognitiva preexistente del individuo, o sea en conceptos, ideas, proposiciones ya existentes en su estructura de conocimientos con determinado grado de claridad, estabilidad y diferenciación.

Un aprendizaje será significativo si reúne ciertas características, en tal sentido, Antonio ONTORIA (1996) menciona que el aprendizaje significativo posee las siguientes características:

- La nueva información se coloca de forma sustantiva no arbitraria en la estructura cognitiva del alumno.
- Hay una intencionalidad por relacionar los nuevos conocimientos con los del nivel superior, ya existentes en el alumno.

- Se relaciona con la experiencia, con hechos u objetos. Hay una implicación afectiva al establecer esta relación, ya que muestra una disposición positiva ante el aprendizaje.

1.4. MATEMÁTICA

1.4.1. HISTORIA DE LA MATEMÁTICA

La historia de las matemáticas es el área de estudio de investigaciones sobre los orígenes de descubrimientos en esta ciencia, de los métodos en la evolución de sus conceptos y también en cierto grado, de los matemáticos involucrados.

El surgimiento de la matemática en la historia humana está estrechamente relacionado con el desarrollo del concepto de número, proceso que ocurrió de manera muy gradual en las comunidades humanas primitivas. Aunque disponían de una cierta capacidad de estimar tamaños y magnitudes, no poseían inicialmente una noción de número.

Así, los números más allá de dos o tres, no tenían nombre, de modo que utilizaban alguna expresión equivalente a "muchos" para referirse a un conjunto mayor.

El siguiente paso en este desarrollo es la aparición de algo cercano a un concepto de número, aunque muy incipiente, todavía no como entidad abstracta, sino como propiedad o atributo de un conjunto concreto.

Más adelante, el avance en la complejidad de la estructura social y sus relaciones se fue reflejando en el desarrollo de la matemática. Los problemas a resolver se hicieron más difíciles y ya no bastaba, como en las comunidades primitivas, con solo contar cosas y comunicar a otros el cardinal del conjunto contado, sino que llegó a ser crucial contar conjuntos cada vez mayores, cuantificar el tiempo, operar con fechas, posibilitar el cálculo de equivalencias para el trueque. Es el momento del surgimiento de los nombres y símbolos numéricos.

Tradicionalmente se ha considerado que la matemática, como ciencia, surgió con el fin de hacer los cálculos en el comercio, para medir la Tierra y para predecir los acontecimientos astronómicos. Estas tres necesidades pueden ser relacionadas en cierta forma a la subdivisión amplia de la matemática en el estudio de la estructura, el espacio y el cambio.

Las matemáticas egipcias y babilónicas fueron ampliamente desarrolladas por la matemática helénica, donde se refinaron los métodos (especialmente la introducción del rigor matemático en las demostraciones) y se ampliaron los asuntos propios de esta ciencia.

La matemática en el islam medieval, a su vez, desarrolló y extendió las matemáticas conocidas por estas civilizaciones ancestrales. Muchos textos griegos y árabes de matemáticas fueron traducidos al latín, lo que llevó a un posterior desarrollo de las matemáticas en la Edad Media.

Desde el renacimiento italiano, en el siglo XV, los nuevos desarrollos matemáticos, interactuando con descubrimientos científicos contemporáneos, han ido creciendo exponencialmente hasta el día de hoy.

1.4.2. DEFINICIÓN DE MATEMÁTICAS:

La matemática es una ciencia formal que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entidades abstractas como: números, figuras geométricas o símbolos.

La matemática en realidad es un conjunto de lenguajes formales que pueden ser usados como herramienta para plantear problemas de manera no ambigua en contextos específicos. Este es el motivo por el cual las matemáticas son tan solo un lenguaje simplificado con una herramienta para cada problema específico.

- Friedrich Gauss, se refería a la matemática como «la reina de las ciencias». La palabra *ciencia* debe ser interpretada como (campo de) conocimiento. Si se considera que la ciencia es el estudio del mundo físico, entonces las matemáticas, o por lo menos las matemáticas puras, no son ciencia.
- David Hilbert: (1998, p.187). “En un cierto sentido, el análisis matemático es una sinfonía del infinito. La matemática es el sistema de las fórmulas demostrables”.

- Benjamín Peirce (1998, p.68). “La matemática es la ciencia que extrae conclusiones necesarias.”
- Arthur Russell (1913) sostiene que las matemáticas poseen no solo la verdad, sino cierta belleza suprema. Una belleza fría y austera, como la de una escultura.
- Osiris Bonilla (2014) afirma que la matemática es la ciencia de estructurar una realidad estudiada, es el conjunto de sus elementos, proporciones, relaciones y patrones de evolución en condiciones ideales para un ámbito delimitado.
- Isaac Barrow: (1999), la matemática es el nombre que le damos a la colección de todas las pautas e interrelaciones posibles. Algunas de estas pautas son entre formas, otras en secuencias de números, en tanto que otras son relaciones más abstractas entre estructuras. La esencia de la matemática está en la relación entre cantidades y cualidades.

SEBASTIANI (1996, p.40) nos dice al respecto:

“actualmente la matemática es considerada como un conjunto de conocimientos estructurados a partir de las primeras experiencias del ser humano, como el mundo físico que lo rodea, ante la necesidad de comprenderlo física, económicamente y socialmente. La matemática brinda creación y descubrimiento, cuando por su utilidad crece continua y rápidamente con el estímulo de la curiosidad intelectual y utilidad práctica. Cuando hablamos de utilidad práctica, nos referimos a solución de problemas.

El educando debe concebir la matemática como forma de pensar o de matematizar el mundo físico que le rodea y no tan solo como una serie de conocimientos que deben aprender y memorizar”.

En la publicación del Ministerio de Educación (2004, p.12)

“La matemática en educación secundaria, ha de perseguir que los estudiantes: aprendan a valorar la matemática, se sientan seguros de su capacidad para hacer matemáticas, lleguen a resolver problemas matemáticos, aprendan a comunicarse mediante la matemática, aprendan a razonar matemáticamente”.

Asimismo señala que el área de matemática, prioriza el área de tres capacidades:

- Razonamiento y demostración.
- Interpretación de gráficos y/o expresiones simbólicas.
- Resolución de problemas.

Javier SOLIS (1999, p.10): “La matemática es la ciencia que estudia las magnitudes, las formas espaciales, los números y las relaciones de los objetos abstractos o materiales de la realidad”

Por consiguiente, se puede decir que la matemática está orientada al desarrollo de capacidades específicas en el educando, que le posibiliten asumir con éxito un rol dentro de la sociedad, no solo provee de conocimientos y experiencias, sino que proporciona

herramientas básicas para la solución de problemas reales en su medio.

1.5. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO?

Un problema matemático es una incógnita acerca de una cierta entidad matemática que debe resolverse a partir de otra entidad del mismo tipo que hay que descubrir. Para resolver un problema de esta clase, se deben completar ciertos pasos que permitan llegar a la respuesta y que sirvan como demostración del razonamiento.

Desde la época de George Polya hasta la fecha son muchos los docentes e investigadores que se han dedicado a buscar respuestas a las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos. La misma significa para muchos un placer y para otros una tragedia, pero lo cierto es que el ser humano no siempre puede evadir el enfrentamiento con ellos, por lo que es necesario desarrollar habilidades para resolverlos.

Alberto Labarrere (1987, p.32) ha expresado: "... el pensamiento, la actividad mental, no sólo se refleja, sino también se forma en el curso de la solución de los múltiples problemas a los que, a lo largo de su vida, se enfrenta el hombre." Además aborda el tema desde el punto de vista psicológico, profundizando en la función de la metacognición en la resolución de problemas.

Alan Shoenfeld (1993, p.41): "Se refiere a aquellas cosas que son verdaderamente problemáticas para las personas que trabajan con ellas, se asume que estas personas no tienen a mano un procedimiento de rutina para la solución".

Mirza Majmutov (1983), afirma que el problema es una forma subjetiva de expresar la necesidad de desarrollar el conocimiento científico".

Ariel Rubistein (1966), sostiene que un problema tiene ese carácter, ante todo porque nos presenta puntos desconocidos en los que es necesario poner lo que falta.

De Tomás Galiano (1991) confirma que la proposición que se formula, a partir de ciertos datos conocidos, hallar el valor numérico o resultado correspondiente a la cuestión o pregunta planteada.

Según documentos de trabajo dados en el PLANCAD (1998, p.12): "La historia de la humanidad es en gran medida la historia de la resolución de problemas y precisamente a esto se debe el desarrollo de la ciencia, la tecnología y de la matemática en particular.

La reflexión sobre que es un problema genera una serie de dificultades, caracterizada por una diversidad de enfoques que se dan en las diferentes disciplinas, donde este concepto aparece como un componente importante. Sin embargo, en términos generales se puede decir que un problema es una situación nueva, ante la cual hay que buscar y dar reflexivamente una respuesta coherente".

PARRA, B. (1999, p.14) nos dice: “Un problema lo es, en la medida en que el sujeto al que se le plantea o que se plantea él mismo, dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuesta totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata”.

1.6. CLASES DE PROBLEMAS

Luis SANTOS (1992) presenta la siguiente clasificación:

- **PROBLEMAS TIPO.-** Son aquellos problemas cuya solución se obtiene mediante la ejecución de una o más operaciones que implícitamente se indican en el enunciado.
- **PROBLEMAS HEURISTICOS.-** Son aquellos en cuyo enunciado no se sugiere implícitamente la operación u operaciones a aplicar, incidiéndose más en la búsqueda de una estrategia para encontrar la solución.
- **PROBLEMAS DERIVADOS DE PROYECTOS.-** Son aquellos que se generan en la formulación de un proyecto a ejecutarse en una situación real.
- **PROBLEMAS ROMPECABEZAS.-** Son aquellos problemas cuya solución se encuentra por ensayo, error o azar.

1.7. RASGOS QUE CARACTERIAN A LOS BUENOS PROBLEMAS

- **PUEDEN O NO TENER APLICACIONES, PERO EL INTERES ES POR ELLOS MISMOS.**

Así como hay otras cuestiones cuya importancia proviene de que tienen un campo de aplicaciones (y sin descartar que los problemas los tengan), el interés de los problemas es por el propio proceso. Pero a pesar de ello, los buenos problemas suelen llevar a desarrollar procesos que, más tarde, se pueden aplicar a muchos otros campos.

- **REPRESENTAN UN DESAFIO A LAS CUALIDADES DESEABLES EN UN MATEMÁTICO.**

Parece obvio para todo el mundo que existan unas cualidades que distinguen a las personas que resuelven problemas con facilidad, aunque si se tienen que señalar cuales son, es difícil hacerlo. Se tiende a pensar que coinciden en líneas generales con las cualidades propias de los matemáticos.

- **UNA VEZ REUELTOS PROVOCAN PROPONERLOS A OTRAS PERSONAS PARA QUE A SU VEZ INTENTEN RESOLVERLOS.**

Pasa como con las cosas que nos gustan, que las comentamos enseguida a otros y así se van formando cadenas que explican su rápida difusión. Lo mismo sucede con los buenos problemas.

- **PARECEN A PRIMERA VISTA ALGO ABORDABLE, NO DEJAN BLOQUEADO, SIN CAPACIDAD DE REACCIÓN.**

Pueda pasar que alguna solución parcial sea sencilla o incluso inmediata. Desde un punto de vista psicológica, sólo nos planteamos aquellos que somos capaces de resolver. Por ello, si un problema sólo lo es para nosotros cuando lo aceptamos como tal, es difícil que nos “embarquemos” en una aventura que nos parezca superior a nuestras fuerzas.

- **PROPORCIONAN AL RESOLVERLOS UN TIPO DE PLACER DIFÍCIL DE EXPLICAR PERO AGRADABLE DE EXPERIEMNTAR.**

La componente de placer es fundamental en todo desafío intelectual, si se quiere que sea sumido con gusto y de manera duradera. Incluso en a enseñanza, la incorporación de esos factores a la práctica diaria pueden prefigurar la inclinación de los estudios futuros.

CAPITULO II
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

2.1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolución es el acto y el resultado de resolver. Este verbo puede referirse a encontrar una solución para algo o a determinar alguna cuestión. Un problema, por otra parte, es una dificultad, un contratiempo o un inconveniente.

La resolución de problemas es la fase que supone la conclusión de un proceso más amplio que tiene como pasos previos la identificación del problema y su modelado. Por problema se entiende un asunto del que se espera una solución que dista de ser obvia a partir del planteamiento inicial. El matemático Wheatley lo definió de forma ingeniosa: La resolución de problemas es lo que haces cuando no sabes qué hacer. La resolución de problemas reside principalmente en dos áreas: la resolución de problemas matemáticos y la resolución de problemas personales

PARRA, B. (1999, p.25)

“Resolver un problema es disponer de los elementos para comprender la situación que el problema describe”.

Para Luis SANTOS (1992, p.12) en términos generales resolver un problema es:

“Encontrar una vía de solución allí donde no se conoce vía alguna.

Hallar la manera de superar un obstáculo”.

Encontrar la forma de salir de una dificultad. Lograr lo que uno se propone, venciendo las dificultades que se presentan.

2.2. ETAPAS DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

Según David AUSBEL (1983), en el orden dado, las cinco etapas de resolución de problemas consisten en:

Un estado de duda, perplejidad cognoscitiva, de frustración o de conocimiento de la dificultad.

Un intento por identificar el problema, en el que se incluye una designación más bien inespecífica de los fines perseguidos, la laguna que debe llenarse o la meta que hay que alcanzar, todo esto definido por la situación que plantea el problema.

Relacionar estas proposiciones de planteamiento del problema con la estructura cognoscitiva, lo cual activa las ideas antecedentes pertinentes y las soluciones dadas a problemas anteriores, que, a su vez son reorganizadas (transformadas) en formas de proposiciones de resolución de problemas o hipótesis.

Comprobación sucesiva de las hipótesis y replanteamiento del problema de ser necesario.

Incorporar la solución acertada a la estructura cognoscitiva (comprenderla) y luego aplicarla tanto al problema presente como a otros ejemplares del mismo problema.

En realidad, desde luego, no todos los casos de resolución de problemas manifiestan todas estas etapas, ni siguen el mismo orden

consecutivo. Gran parte del pensamiento creativo, por ejemplo, toma atajos o acorta muchos de los pasos de esta secuencia.

Para Anthony ORTON (1998), resolver un problema implica:

- Comprender el problema, lo que significa saber reconocer un problema, apropiarse de la situación.
- Seleccionar el procedimiento adecuado a la naturaleza y condición del problema, lo cual implica seleccionar estrategias y formular conjeturas sobre las posibles soluciones.
- Hallar la o las soluciones y evaluar la pertinencia de las respuestas.
- Tener confianza en su propia capacidad para resolver problemas.

En suma, se puede decir que, la solución de problemas es un conjunto de procedimientos que utiliza el educando para afrontar un problema y conseguir con éxito la solución.

2.3. FACTORES QUE AFECTAN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

PARRA B. (2009); afirma que desde la perspectiva del enfoque cognoscitiva, se han revisado los factores que influyen en el proceso de resolución de problemas y existen categorías que permiten agrupar estos factores es tres grupos:

1. FACTORES RELACIONADOS CON LOS PROCESOS

Los procesos mentales desarrollados por los individuos, mientras resuelven un problema, han sido objeto de estudio por parte de los investigadores del paradigma cognoscitivo. Por ejemplo, la mayor parte de las investigaciones en el área de matemática, directa o

indirectamente, tiene por objeto analizar y generar modelos que reflejen los procesos subyacentes a la ejecución de los sujetos.

Dentro de este marco se encuentran los trabajos de Suppes y Groen, quienes desde 1967 se han dedicado a explorar cómo los niños de los primeros grados de educación básica regular resuelven problemas de suma con números menores que diez. Estos autores han examinado varios modelos y, a partir de sus trabajos, se han estudiado muchos otros procesos aritméticos, como la sustracción la multiplicación, la división, las operaciones con fracciones.

En el análisis de los procesos involucrados en la resolución de problemas, es la aritmética mental (análisis cronométrico) la técnica que mejor información ha manejado. En esencia esta técnica consiste en medir el tiempo requerido por un sujeto para dar respuesta a un problema.

Se parte del supuesto de que este tiempo está en función de los procesos cognoscitivos involucrados para resolver el problema.

2. FACTORES DEPENDIENTES DEL SUJETO

Clásicamente se han considerado que las características de los individuos tiene un papel importante en el éxito o fracaso en la resolución. Algunos factores son el conocimiento y la experiencia previa, la habilidad de la lectura, la perseverancia, las habilidades de tipo espacial, la edad y el sexo.

En la actualidad, existe una tendencia orientada hacia la construcción de modelos que representan las diferencias entre los solucionadores

de problemas eficientes e ineficientes o las diferencias en la ejecución de la tarea por expertos y novatos.

Los individuos expertos poseen mayor información que los novatos, lo cual facilita la representación del problema en términos de esquemas, estructuras, procedimientos y métodos heurísticos.

Las representaciones abstractas habilitan a los expertos para enfrentar con mayor eficiencia los problemas.

3. FACTORES AMBIENTALES

Existe un gran número de factores externos que pueden afectar la ejecución en la resolución de problemas. Sin embargo, la comunidad de educadores en el área de matemática está de acuerdo en concentrar su esfuerzo en factores relacionados con la instrucción para desarrollar estrategias expertas de pensamiento, para enseñar el uso de herramientas específicas de pensamientos y para entrenar en el uso de las reglas generales y específicas de naturaleza heurística.

Las estrategias expertas de pensamiento pueden ser utilizadas independientemente del tipo y naturaleza del problema y se orienta hacia el desarrollo de un pensamiento original, divergente y de actitudes positivas hacia la resolución de problemas.

Las herramientas específicas de pensamiento son estrategias que tienden a equipar al sujeto que resuelve el problema, como un conjunto de habilidades que supuestamente intervienen favorablemente, aunque su eficiencia no ha sido consistentemente comprobada.

Es necesario considerar los factores involucrados en el proceso de resolución de problemas, para superar limitaciones que puedan presentarse y que de esta manera se constituya en un proceso efectivo.

2.4. VENTAJAS DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

Según Anthony ORTON (1998) la resolución de problemas presenta una serie de ventajas, he aquí unas cuantas razones interesantes:

- Es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: “Capacidad autónoma para resolver sus propios problemas ”
- El mundo evoluciona muy rápidamente, los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura, no se hacen obsoletos.
- El trabajo se puede hacer atrayente, autorregulador y creativo.
- Muchos de los hábitos que así se consolidan, tienen un valor universal, no limitado al mundo de la matemática.
- Es aplicable a todas las edades.

Por lo tanto, se puede decir que la resolución de problemas constituye una vía o medio factible, de enseñar a los alumnos, de plantear y descubrir estrategias de solución a problemas de diversa índole.

CAPITULO III

ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3.1. ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

La resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática.

Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de la matemática en el mundo que les rodea.

- Antonio SANTALO (1995) gran matemático español y además muy interesado en su didáctica, señala que: Enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemática no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas.
- En una conferencia pronunciada George POLYA (1968) afirmaba que está bien justificado que todos los textos de matemática, contengan problemas. Los problemas pueden incluso considerarse como la parte más esencial de la educación matemática.
- Miguel DE GUZMAN (1999) comenta que: Lo que sobre todo deberíamos proporcionar a nuestros alumnos a través de la matemática, es la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos.

A la resolución de problemas se le ha llamado con razón, el corazón de la matemática, pues ahí es donde se puede adquirir

el verdadero sabor que ha atraído y atrae a los matemáticos de todas las épocas.

Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de la matemática.

3.2. ASPECTOS BÁSICOS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

La enseñanza a través de la resolución de problemas, es actualmente la estrategia más invocada para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo.

Lo que en el fondo se persigue es transmitir en lo posible de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas.

Se debe, asimismo, considerar lo siguiente:

- Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida, otras un tanto confusamente perfiladas, y no conozco el camino que me pueda llevar de una a otra. Nuestros libros de texto están, por lo general, repletos de meros ejercicios y carentes de verdaderos problemas.

- La enseñanza por resolución de problemas pone énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejara un lado, como cabo de operaciones privilegiado por la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

- Se trata de considerar como lo más importante lo siguiente :
 - Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
 - Que active su propia capacidad mental
 - Que ejercite su creatividad.
 - Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.
 - Que a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo metal.
 - Que se prepare así, para otros problemas dela ciencia y posiblemente, de su vida cotidiana.

- La forma de presentación de un tema matemático, basado en el espíritu de la resolución de problemas, debería de proceder más o menos del modo siguiente:
 - Propuesta de la situación del problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos, juegos, etc.).
 - Manipulación autónoma por los estudiantes.
 - Familiarización con la situación y sus dificultades.

- Elaboración de estrategias posibles.
- Ensayos diversos por los estudiantes.

3.3. PREPARACIÓN NECESARIA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVES DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS.

Según Miguel DE GUZMAN OZAMID (1999, p.34)

“La preparación para este tipo de enseñanza requiere una inmersión personal, seria y profunda. No se trata meramente de saber unos cuantos trucos superficiales, sino de adquirir nuevas actitudes que calen y vivan profundamente.

Esa tarea se realiza más efectivamente mediante la formación de pequeños grupos de trabajo.

El trabajo en grupo, en este tema, tiene una serie de ventajas importantes:

- Proporciona la posibilidad de un gran enriquecimiento al permitirnos percibir las distintas formas de afrontar una misma situación-problema.
- El grupo proporciona apoyo y estímulo en una labor que de otra manera puede resultar dura, por su complejidad y por la constancia que requiere.
- El trabajo en grupo proporciona la posibilidad de prepararse mejor para ayudar a nuestros estudiantes en una labor semejante con

mayor conocimiento de los soportes que funcionan en diferentes circunstancias y personas.

Algunos de los aspectos que es preciso atender, en la práctica inicial adecuada son los siguientes:

- Exploración de los diferentes bloqueos que actúan en cada uno de nosotros, a fin de conseguir una actitud sana y agradable frente a la tarea de resolución de problemas.
- Practica sostenida de resolución de problemas con la elaboración de sus protocolos y su análisis en profundidad”.

3.4. ETAPAS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEAMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Miguel DE GUZMAN OZAMID (1999) plantea las siguientes etapas:

1. COMPRENDER EL PROBLEMA

Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Es más, es la tarea más difícil, por ejemplo, cuando se ha de hacer un tratamiento informático: “entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes que habla el demandante y el informático”.

En este sentido:

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos?

- ¿cuáles son las incógnitas?
- Hay que tratar de encontrar entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

2. TRAZAR UN PLAN DE ACCIÓN

Hay que trazar un plan, de manera flexible y recursivo, alejado del mecanicismo y plantearnos:

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿Cómo se relaciona la situación de llegada con la partida?

3. PONER EN PRACTICA EL PLAN

También es necesario, actuar de manera flexible y recursiva, tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

Implica considerar lo siguiente:

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- Se puede ver claramente si cada paso es correcto.
- Antes de hacer algo, se debe pensar: ¿Qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática, con una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.

- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

4. COMPROBAR LOS RESULTADOS

Es lo más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con el contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Se debe acompañar la solución, con una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.

Hay que pensar que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas. Se puede conocer muchos métodos, pero no aplicar en un caso concreto. Por lo tanto, hay que enseñar también a los alumnos a utilizar instrumentos que conozcan, con lo que nos encontramos en un nivel cognoscitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien los problemas y los demás.

George POLYA (1987), identifica cuatro etapas fundamentales en las cuales los métodos heurísticos juegan un papel muy importante; de manera general y simple estas etapas son:

1) COMPRENDER EL PROBLEMA:

En esta fase se plantean preguntas las cuales nos llevan a identificar las incógnitas, los datos y las condiciones del problema. Algunas de esas preguntas pueden ser:

- ¿Entiendes todo el enunciado del problema?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
- ¿Es suficiente?
- ¿Redundante?
- ¿Contradictoria?

2) CONCEBIR UN PLAN:

Una vez determinadas las condiciones del problema, la relación entre los datos y las incógnitas, el siguiente paso será examinar los conocimientos previos, relacionar el problema con problemas conocidos y similares o problemas auxiliares que te ayuden a resolverlo y así establecer un plan de solución. En esta fase se pueden plantear las siguientes preguntas:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado de manera ligeramente diferente?

- ¿Conoce un problema relacionado con este?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Puede enunciar el problema de otra forma?
- Evaluar su plan
- ¿Está convencido de su plan?
- ¿Utiliza todos los datos, utiliza todas las condiciones?

3) EJECUCIÓN DEL PLAN:

Llevar a cabo el plan escogido comprobando cada uno de los pasos hasta solucionar el problema completamente, de ser posible, o hasta donde este permita desarrollarlo, luego considerar un nuevo plan; En esta fase se pueden plantear las siguientes preguntas:

- ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede usted demostrarlo?

4) EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA:

Una vez obtenida la solución del problema, realiza una revisión de cada uno de los pasos, para verificar que sean correctos, ya que puede haber errores si el razonamiento es demasiado largo y enredado, luego ver si se puede resolver de forma diferente y también si se puede generalizar la solución. En esta fase se pueden plantear las siguientes preguntas:

- ¿Puede Ud. Verificar el resultado?
- ¿Puede Ud. Verificar el razonamiento?

- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

3.5. IMPORTANCIA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

El enseñar matemáticas a través de problemas, enriquece mucho al estudiante a analizar, razonar; es por ello que citaremos a ciertos matemáticos, sobre esta ventaja.

➤ Para Anthony ORTON (1998, p.65)

“La matemática es sobre todo: “saber hacer”, es una ciencia en la que el método predomina sobre el contenido. Por ello se concede de una gran importancia al estudio de las cuestiones que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas.

En consecuencia aprender matemática resolviendo problemas, se apoya en actuales tendencias pedagógicas que consideran que la capacidad de resolver problemas de matemática, es cuando las exigencias fundamental para poder comprender y vivir en un mundo cada vez más globalizado, donde la matemática se desarrolla vertiginosamente y aumentan diariamente sus aplicaciones a los más diversos campos”

➤ Al respecto SEBASTIANI (1996, p.87) nos dice:

“Desde las perspectivas de las actuales tendencias pedagógicas, se considera que la capacidad de resolver problemas es una

exigencia fundamental que se plantea al educando, el docente debe estimular a sus alumnos a que adquieran esta capacidad, centrando la enseñanza de la matemática entorno a la resolución de problemas”.

Asimismo, precisa lo siguiente:

“el docente es quien ha de decidir sobre la clase de problemas que propondrá a los alumnos, de acuerdo a su intención didáctica, hará que:

- Construya nuevos conceptos matemáticos.
- Establezca relaciones matemáticas.
- Apliquen las operaciones aprendidas.
- Descubran un procedimiento.
- Desarrollen su capacidad para formular problemas.
- Se recreen en matemática.
- Desarrollen otras destrezas específicas”.

➤ Según la publicación del ministerio de educación (2004, p.12)

“La resolución de problemas, debe apreciarse como la razón de ser de la matemática, pues los estudiantes siempre se encuentran con situaciones que requieren solución y muchas veces no se observa una ruta para encontrar respuestas.

Esta área busca fortalecer esta capacidad, para lo cual es indispensable considerar la importancia de aprender a valorar el proceso de resolución de problemas, en la misma medida en que

valoran los resultados, así aprenderán en la práctica, a formular problemas a partir del mundo real, organizar varias estrategias para resolver problemas”.

➤ Miguel DE GUZMAN OZAMID (1999, p.62) señala:

“La enseñanza de la matemática a través de resolución de problemas, es importante, ya que posibilita en el educando:

- Adquirir conceptos, descubrir relaciones y construir procedimientos de modo significativo.
- Desarrollar su capacidad de investigación y razonamiento.
- Solucionar con mayor facilidad los problemas que se presentan en su vida cotidiana.
- Valorar la matemática por su aplicación, en diversas situaciones de su realidad y como instrumento para el desarrollo de la ciencia y la tecnología.

3.6. PROPUESTA

En base al análisis de las etapas que implica la resolución de problemas, propuestas por diversos autores, anteriormente señalados. Considero los siguientes pasos para resolver correctamente un problema matemático.

A continuación se presentan las etapas que se consideran necesarias para **“LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS”**.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Consiste en presentar al educando un problema y en base a este se va a desarrollar todo un plan de trabajo. Asimismo, el problema presentado, debe ser atractivo, de interés y en la medida de lo posible, relacionado con su entorno.

2. COMPRENSIÓN Y ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Implica que los alumnos identifiquen la información contenida de manera explícita o implícita en el enunciado del problema; seleccionar y descartar aquella información que no sea relevante, descubrir si está toda la información necesaria para poder resolver el problema y percibir cuáles son las relaciones que pueden establecerse con temas tratados anteriormente o los conocimientos previos que posea el educando, buscando y presentando información que pueda ayudar a su mejor comprensión y análisis.

Esta constituye una etapa fundamental, ya que no se puede resolver lo que no se comprende.

3. DISEÑO DE UN PLAN DE RESOLUCIÓN

En base a la información analizada, el educando plantea posibles soluciones para el problema, elabora un plan de acción de manera integrada, es decir, que aborde distintos aspectos que presente el problema: ¿Cómo empezar a resolverlo?, ¿Qué algoritmos o propiedades implica su resolución?, ¿Qué tiempo abarcará tratar de resolverlo?, etc.

4. EJECUCIÓN

Es la aplicación directa de las dos etapas anteriores, es decir, luego de la comprensión y análisis del problema, y del diseño de un plan para resolverlo, implica resolver el problema.

5. VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

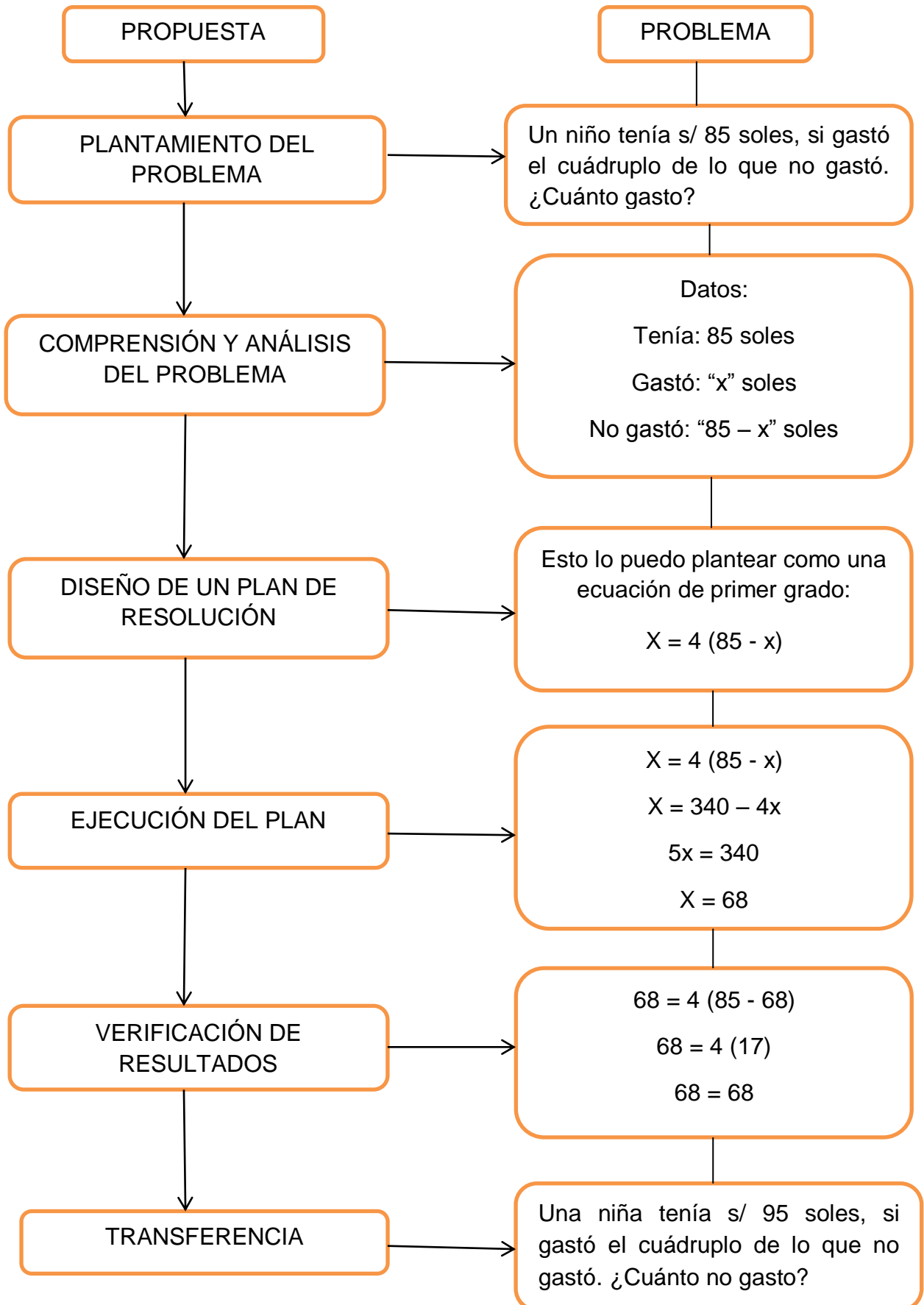
Consiste en comprobar con la ayuda del docente, si se han seguido los pasos correctos y si se ha logrado la meta final: “resolver el problema correctamente”.

Es una evaluación integral de todo lo que se ha realizado y de cómo se ha desarrollado, si fue de la mejor manera o no.

6. TRANSFERENCIA

En base al resultado obtenido y el proceso seguido aplicar a situaciones reales, posteriormente formular y plantear nuevos problemas.

3.7. ESQUEMATIZACIÓN Y EJEMPLIFICACIÓN DE LA PROPUESTA



CONCLUSIONES

- La enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas permite desarrollar en el educando: su iniciativa, pensamiento crítico y capacidad de toma de decisiones, mediante el descubrimiento y elección de procedimientos adecuados para la solución de diversos problemas de su realidad.
- En la medida que se espera que los estudiantes sean capaces de aplicar lo que se les está enseñando, se necesitara proporcionarles no solo oportunidades frecuentes de resolver, sino también, orientación en el proceso de resolución de problemas.
- La enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas, genera situaciones, actividades y experiencias en el educando, que conllevan a consolidar eficazmente sus aprendizajes.

SUGERENCIAS

- Se hace evidente la necesidad de que las situaciones problemáticas que el educando ha de resolver, se planteen en contextos y situaciones reales, de acuerdo con su entorno, su edad y sus experiencias previas de aprendizaje.
- El docente, debe crear las condiciones necesarias en un ambiente adecuado de clase, que estimule y apoye el interés e iniciativa de los alumnos por formular y resolver sus propios problemas.
- El docente se convertirá en un guía y orientador del educando, durante el proceso de resolución de problemas y de todo el proceso de enseñanza – aprendizaje.
- Facilitar la transferencia de lo aprendido, relacionándolo y aplicándolo en situaciones nuevas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AUSBEL, David (1995). Psicología educativa. Segunda edición, editorial Trillas. México.
- ALIAGA TERRONES, Jorge (1995). Tecnología de la enseñanza Aprendizaje. Segunda editorial, editorial CONCYTEC. Cajamarca.
- BENITO, A. (1999). Pedagogía Moderna, (s. e.). Extraído de <https://www.significados.com/educacion/>, el 12 de Diciembre del 2016. México.
- BONDY, Augusto (1962). Filosofía de la educación. Extraído de https://es.wikipedia.org/wiki/Augusto_Salazar_Bondy, el 15 de Noviembre del 2016. Lima.
- BROUDY, Harry (1992). Filosofía de la Educación, (s. e), editorial luminosa. México.
- CEBRECOS B. Fermín (2002). Epistemología educativa. Módulo, U.S.P. (s. e). Chimbote.
- CRISOLOGO ARCE, Aurelio (1992). Tecnología educativa. Primera Edición, editorial Abedul. Lima.
- DAVIS P. Y HERSH, R (1998). Experiencia Matemática. Segunda Edición, editorial LABOR. Madrid.
- DIENES D. Cristina (1992). Fundamentos de la Educación. Segunda edición, editorial Atenea. Buenos Aires.
- DE GUZMAN OZAMID, Miguel (1999). Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática. Revistas de la Ciencia de la Educación (s. e). Barcelona.

- ENCINAS, H. (2003). Introducción a la Pedagogía (s. e). Extraído de <https://en.wikipedia.org/wiki/Encinas>, el 19 de Noviembre del 2016. Bogotá.
- GREENBERG (1987). Aprendizajes en el educando (s. e). Extraído de <https://scholar.google.com/>, el 18 de Diciembre del 2016. California.
- GAGE Phineas (1962). Psicología Educativa (s.e). Extraído de <http://www.neuropsicologiayaprendizaje.com>, el 19 de Noviembre del 2016. París.
- HERNANDEZ FALLA, Victoria (2004). “La evaluación como herramienta para mejorar el aprendizaje en la matemática”, Nuevo Chimbote.
- ICCP, (1995). Artículo sobre pedagogía. Extraído de <http://www.mapama.gob.es/es/ceneam/recursos/quien-es-quien/cuba.aspx>, el 14 de Diciembre del 2016. La Habana.
- MAJMUTOV, A. (1983). Filosofía de la educación (s. e). Extraído de <https://www.linkedin.com>. El 12 de Enero del 2017. Londres.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2003). Diseño curricular básico de educación secundaria. Lima.
- MINISTERIO DE EDUCACION (2004). Diseño curricular básico de educación secundaria. Lima.
- MINISTERIO DE EDUCACION. PLANCAD (1998) separatas de trabajo. Lima.
- MONTESSORI (1979). La Pedagogía Moderna (s. e). Extraído de <http://www.biography.com/people/maria-montessori>, el 21 de Diciembre del 2016. Florencia.

- NERICE, P. (2005). Epistemología de la educación. Extraído de <https://math.berkeley.edu/>, el día 23 de Noviembre del 2016. Barcelona.
- ORTON, Anthony (2008). La resolución de problemas en la construcción de esquemas de razonamiento. Extraído de <http://www.google/>, el día 27 de Diciembre del 2016. Buenos Aires.
- PEÑALOZA, Walter (1989) “Universidad La Cantuta. Una experiencia en educación”. Primera edición. Auspiciada por CONCYTEC. Lima.
- PARRA, B. (2009). Concepciones de Resolución de Problemas / Revista de Educación Matemática. *Extraído de <http://www.yahoo.es/>*, el 23 de Diciembre del 2016. Madrid.
- POLYA, G. (1965). Como Plantear y Resolver Problemas. Extraído de <http://www.amt.edu.au/biogpolya.html>, el 11 de Enero del 2016. Budapest.
- SANTOS, L. (2010). Resolución de problemas. Revista Educativa. Extraído de <http://www.yahoo.es/>, el 03 de Enero del 2017. Barcelona.
- VILLALOBOS, L (2007). Matemáticas financieras. Extraído de [https://es.scribd.com/doc.](https://es.scribd.com/doc/) / el 14 de diciembre del 2016. México.